विषय-सूची

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 35, No. 4, 1992

संथाल एवं बिरहोर जनजाति के विभिन्न हथेलीय अन्तर-अंगुलीय क्षेत्रों में रीज काउण्ट के बीच पारस्परिक सह-सम्बन्ध

चतुर्भुज साहु
मानव विज्ञान विभाग
गिरिडीह कॉलेज, गिरिडीह (बिहार)

[प्राप्त—अक्टूबर 28, 1991]

सारांश

प्रस्तुत अध्ययन के लिए बिहार की दो जनजातियाँ—संथाल एवं बिरहोर को चुना गया। संथाल बिहार की सबसे अधिक जनसंख्या वाली जनजाति है जबकि बिरहोर आदिम, घुमन्तू तथा विलुप्त हो रही जनजाति है। संथाल लोग स्थायी रूप से बसकर स्थायी खेती करते हैं तथा बिरहोर दिन भर जंगलों में शिकार के लिए या कन्द-मूल के लिए घूमते रहते हैं। दोनों की भाषाएँ आस्ट्रिक परिवार की हैं तथा इसी परिवार की भाषा से उत्पन्न खोरठा भाषा भी मातृभाषा के ही समान है।

मानव की हथेली में अँगूठे को छोड़कर शेष सभी अँगुलियों के आधार स्थल पर एक-एक ट्राइ-रेडियस होती है जिन्हें क्रमशः *a*, *b*, *c* एवं *d* कहते हैं। इनके अलावा एक ऐक्सियल ट्राइरेडियस (*t*) होती है जिसका स्थान बहुत ही महत्वपूर्ण होता है। प्रस्तुत अध्ययन में *a—b*, *b—c* एवं *c—d* के बीच उपस्थित रीजों की गिनती करते हुए 12 अन्तरअंगुलीय विभिन्नताओं को निकाला गया तथा इन विभिन्नताओं के आधार पर कुल 15 पारस्परिक सह-सम्बन्ध गुणांक (*r*) निकाले गये।

दोनों ही जनजातियों में मुख्य रेखासूत्र 7.5.5 का मान अधिक पाया गया है तथा अधिकता के क्रम में जो मुख्य रेखासूत्र मिले, वे हैं—.7.5.5—.>11.9.7.—.>9.7.5.—.। थिनर/I क्षेत्र में संथाल के बाँयें हाथ में लूप की स्थिति दाँयें हाथ से दुगुनी अधिक है। तीन कोणीय समतुल्यता के आधार पर दोनों ही जनजातियाँ खासी, राजपूत, साह, भूटानी, नेपाली तथा जापानी के नजदीक है। एक्सियल ट्राइरेडियस (*t*) का स्थान सामान्य पाया गया तथा *atd* कोण भी सामान्य लोगों से मिलते-जुलते हैं। पामर ट्राइरेडियस के सामान्य लक्षण *a*, *b*, *c*, *d* एवं *t* ही मिले हैं तथा कुछ अन्य लक्षण भी नगण्य रूप में पाये गये हैं।

दोनों ही जनजातियों के दोनों हाथों में *ab* रीज काउण्ट का मान सबसे अधिक तथा *bc* रीज काउण्ट का मान सबसे कम है, तथा *ab* रीज काउण्ट का मान दोनों ही में उच्च है। संथाल में माध्य का मान बारहों चरों (variables) में बिरहोर से अधिक है जिसमें $ab+bc+cd$ (R) का माध्य मान तुलनात्मक रूप से अधिक है। दोनों ही जनजातियों के तीनों अन्तरअंगुलीय क्षेत्रों में दोनों हाथों के बीच महत्वपूर्ण अन्तर पाया गया जबकि अन्तरक्षेत्र तुलनाओं में कुछ क्षेत्रों के बीच महत्वपूर्ण पारस्परिक सह-सम्बन्ध नहीं मिला। संथाल में 15 क्षेत्रों में से 13 के बीच तथा बिरहोर में 11 के बीच महत्वपूर्ण पारस्परिक सह-सम्बन्ध पाया गया। संथाल में '*t*' का मान सबसे अधिक 12.87 तथा सबसे कम 1.4 है जबकि बिरहोर में क्रमश: 8.9 तथा 0.80 हैं।

दोनों ही जनजातियों में '*r*' मान का परिमाण करमाकर तथा मलहोत्रा तथा डेनिस के परिणाम की तरह परन्तु बिरहोर में '*r*' मान का परिमाण कुछ कम है। वर्तमान अध्ययन में अन्तर-अंगुलीय क्षेत्रों के बीच महत्वपूर्ण सह-सम्बन्ध मिले हैं फिर भी कोई ठोस व्याख्या नहीं की जा सकती है।

Abstract

Study on the co-efficient of correlation between ridge counts on different Palmar interdigital areas of the Santhal and the Birhor. *By* Chaturbhuj Sahu, Department of Anthropology, Giridih College, Giridih (Bihar).

The Santhals, one of the largest tribes of India, are found to live in various states of this country, while the Birhor is most primitive, nomadic and vanishing tribe of Bihar. These tribes are one of the most ancient ethnic groups of India. Since hoary past, these groups of people inspite of many adverse situations and confrontations here and there, are in a position to sustain their tribal virility and cultural identity.

The purpose of the present investigation is to determine the interdigital ridge counts—*ab*, *bc* and *cd* and their co-efficient of correlation ('*r*') among 170 male (not closely related) Santhals and 100 male Birhors (more than 5% of the total population) of Giridih district. The human palm characteristically has four digital triradii, located in proximal relation to the bases of digits II, III, IV and V and are designated as *a*, *b*, *c* and *d* respectively. Twelve variables viz, *ab* (R, L and $R+L$), *bc* (R, L and $R+L$), *cd* (R. L and $R+L$), $ab+bc+cd$ for right and left and $ab+bc+cd$ right+left both have been created from these three interdigital ridge counts and then 15 co-efficient of correlations for the ridge counts of the interdigital areas have been calculated.

The main line formula 7.5.5. has been observed high value in both the tribes and in order of prepondrance the main line formulae are as follows—7.5.5—.>

11.9.7.—.> 9.7.5.—. . On the basis of triangular co-ordinate both tribes approach closer to Khasi, Rajput, Sah, Bhutani, Nepali and Japanese.

It is observed that both palms show the highest counts for *ab* and lowest for *bc* ridge counts in both the cases. The Santhal is having high mean values than the Birhor in all variables in which $ab+bc+cd$ (R) is comparatively more high. Out of 15 pairs of interdigital areas 13 in Santhal and 11 in Birhor show significant co-efficient of correlation. Bimanuar comparisons show significant correlations in the three interdigital areas, as well as summed palmar ridge counts.

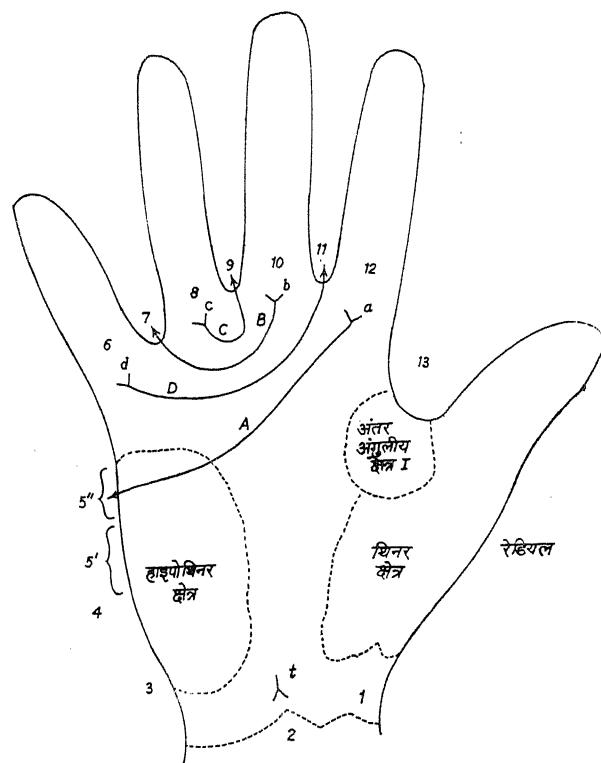
मानवमितिक दृष्टि से मानव की हथेली को छह भागों में बाँटा गया है—हाइपोथिनर, थिनर, अन्तरअंगुलीय क्षेत्र I, II, III एवं IV। थिनर अँगूठे के नीचे का उठा हुआ मांसल क्षेत्र है। हाइपो-थिनर अलनर की ओर का क्षेत्र है तथा अंतरअंगुलीय क्षेत्र दो अंगुलियों के मध्य का उभरा हुआ क्षेत्र है। इन क्षेत्रों में कोई निश्चित प्रतिरूप हो भी सकता है और नहीं भी। अँगूठे को छोड़कर शेष सभी अँगुलियों के आधार स्थल पर एक-एक ट्राइरेडियस होता है जिसे क्रमशः *a, b, c* एवं *d* कहते हैं। इन्हीं ट्राइरेडियस से निकलने वाली रेखायें हैं जिन्हें क्रमशः *A, B, C* एवं *D* रेखाएँ कहते हैं जो हथेली के बाहरी छोर पर अन्त होती हैं। हथेली की कलाई की ओर प्रोक्सिमल क्षेत्र में थिनर तथा हाइपोथिनर के बीच एक अन्य ट्राइरेडियस होती है जिसे ऐक्सियल ट्राइरेडियस (*t*) कहते हैं। हथेली के त्वचीय प्रतिरूप के अध्ययन में इस ट्राइरेडियस का अपना स्थान बहुत ही महत्वपूर्ण है क्योंकि बहुत से रोगों के कारण इसका स्थान हथेली के अन्तर्गत बदलता रहता है। इनके अतिरिक्त कुछ हथेलियों में अन्य ट्राइरेडियस जो न तो डिजिटल हैं और न ही ऐक्सियल विशेषकर हाइपोथिनर क्षेत्र में तथा कभी-कभी थिनर/1 इंटरडिजिटल क्षेत्र में पाये जाते हैं। यदा-कदा इंटरडिजिटल क्षेत्रों से सम्बन्धित एसेसरी ट्राइरेडियस भी पाये जाते हैं।

कुमिन्स तथा मिडलो[1] ने उक्त सभी ट्राइरेडियसों तथा प्रतिरूपों के आधार पर निम्नलिखित पामर सूत्र का प्रतिपादन किया—

D C B A t Hy . Th/I II III IV

यह सूत्र मुख्यतः हथेली के मुख्य तत्वों से ही सम्बन्धित है। इसके द्वारा हाइपोथिनर में बनी महत्वपूर्ण आकृति को पहचाना नहीं जा सकता। हाइपोथिनर ट्राइरेडियस या तो सीधे या हथेली की दूसरी आकृति के साथ मिलकर कई अन्य त्वचीय प्रतिरूपों का निर्माण करती है। परन्तु आजकल इन ट्राइरेडियस पर विशेष ध्यान दिया जा रहा है।

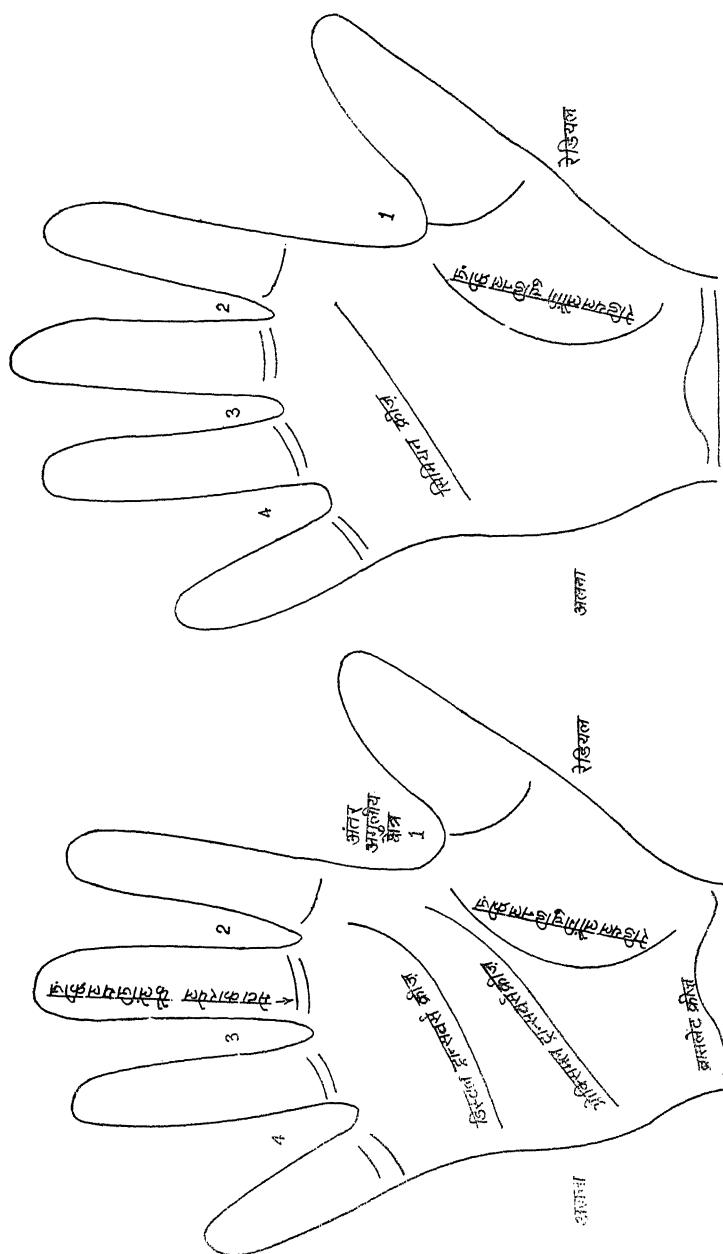
पेनरोज तथा लॉश[2] ने टोपोलॉजिकल सिद्धान्त के आधार पर हथेलीय तत्वों का वर्गीकरण करने के लिए एक नई पद्धति विकसित की है। इस पद्धति में इन लोगों ने हाइपोथिनर ट्राइरेडियस की महत्ता को स्वीकारते हुए इन्हें विभिन्न वर्गों में बाँटा है—जैसे *tu* (हाइपोथिनर क्षेत्र के केन्द्र के नजदीक अवस्थित ट्राइरेडियस), *tr* (बहुत ही कम मिलने वाला ट्राइरेडियस जो हथेली को रेडियल साइड में बाँटता है)

तथा t^b (ट्राइरेडियस) जो हथेली के अलनर बोडर के बहुत नजदीक हाइपोथिनर क्षेत्र में या हथेली में न रहकर हथेली के त्वचीय चर्म के बाहर स्थित होता है।

चित्र 1 : इसमें हथेली के विभिन्न भाग, ट्राइरेडियस a, b, c एवं d तथा इन ट्रारेडियसों से निकलने वाली मुख्य रेखा A, B, C एवं D को दर्शाया गया है। मुख्य रेखाओं के अंत होने के आधार पर निम्न मुख्य रेखा सूत्र है—11.9.7.5″ . . t . . .

हाइपोथिनर ट्राइरेडियो के आधार पर पेनरोज तथा लांश के द्वारा प्रतिपादित वर्गीकरण में कुछ त्रुटि रह गयी—

(1) ऐक्सियल ट्राइरेडियस के लिए 't' प्रतीक को रखना न्यायोचित नहीं है

(2) क्लब बोडर ट्राइरेडियस एवं एक्सट्रा लिमिटल ट्राइरेडियस को एक ही कोटि t^b में रखना न्यायोचित नहीं है एवं

(3) यदि कोई ट्राइरेडियस जो न तो हाइपोथिनर उभार के ठीक बीचो-बीच हो न ही सीमान्त के नजदीक ही स्थित हो उन्हें कहाँ रखा जाय यह बहुत बड़ी समस्या है।

चित्र 3 : मानव से सिमियन लक्षण

चित्र 2 : सामान्य मानव की हथेली से विभिन्न क्रीज

उपर्युक्त विवेचन से यह अनुभव किया जाता है कि हाइपोथिनर ट्राइरेडियस के सन्दर्भ में एक नई योजना विकसित हो जो शरीरक्रिया की दृष्टि के अधिक उपयुक्त हो। कुछ ने तो निम्न योजना प्रस्तावित की है—

(1) सभी ट्राइरेडियस जो हाइपोथिनर उभार में अलना की ओर अवस्थित हों उन्हें हाइपोथिनर ट्राइरेडियस कहना चाहिए और उन्हें संकेत h के द्वारा व्यक्त करना चाहिए।

(2) हाइपोथिनर उभार में उपस्थित ट्राइरेडयस जो केन्द्र, सीमान्त आदि कहीं भी हो उन्हें h^p द्वारा व्यक्त करना चाहिए और जो प्रतिरूप क्षेत्र के बाहर हो उसे h^{ext} द्वारा व्यक्त करना चाहिए अर्थात् h (हाइपोथिनर ट्राइरेडियस) $= h(h^p + h^{ext})$

मुख्य रेखा सूत्र

हथेली में तीन मुख्य रेखा हैं—(1) 11·9.7, (2) 9.7·5. एवं (3) 7·5.5. जो विभिन्न प्रजातियों का प्रतिनिधित्व करते हैं। 11.9.7. श्वेत सूत्र, 9·7·5· मंगोल सूत्र एवं 7.5·5.नीग्रो सूत्र है। 11·9·7 का अर्थ हथेली पर रेखाओं का तिरछे प्रकार से वितरण होना है तथा 7·5·5· सूत्र का अर्थ रेखाओं का लम्बान में वितरण होना है। साधारणतः रेखाएँ कलाई की ओर झुकी होती हैं।

कुमिन्स तथा मिडलो[3] ने मुख्य रेखासूत्र को तीन मोडेल टाइप में विभक्त किया है—(1) टाइप-7, (2) टाइप-9 एवं (3) टाइप-11। इस वर्गीकरण के आधार पर टाइप-7 में D रेखा 7, 8, x एवं 5 में खुलती है। टाइप-9 में यह रेखा 10 एवं 9 से मुड़ती है तथा टाइप-11 में यह रेखा 11, 12 एवं 13 में खुलती है। इन्होंने अपूर्ण स्थिति 0 के लिए कुछ भी नहीं लिखा है इसलिए प्रस्तुत अध्ययन में 0 स्थिति को टाइप-7 के रूप में लिया गया है।

फ्लेक्शन क्रीज

हथेली में 5 फ्लेक्शन क्रीज होते हैं—(1) ब्रासलेट क्रीज (2) मेटा कारपो फैलेंजियल क्रीज, (3) रेडियल-लौंगिचुडिनल क्रीज (4) डीस्टल ट्रान्सवर्स क्रीज एवं (5) प्रोक्सीमल ट्रान्सवर्स क्रीज—जो आनुवंशिकी द्वारा नियन्त्रित होते हैं। प्रजातीय वर्गीकरण एवं मानसिक विलक्षणताओं के अध्ययन के लिए इन्हें प्रयोग में लाया जाता है। वाल तथा चौबे [4] ने इनमें आनुवंशिकीय एकता पायी है।

सापेक्ष क्रीज लम्बन सूत्र

अनुप्रस्थ और लाम्बिक पामर क्रीज का सूत्र उनकी लम्बाई के आधार पर व्यक्त किया जाता हैं। जब रेडियल क्रीज डिस्टल क्रीज से लम्बा होता है तथा रेडियल प्रोक्सीमल क्रीज से लम्बा होता है तब इस प्रकार का सूत्र होता है—$R>D>P$। इस सूत्र के आधार पर क्लिनिकल लक्षणों के लिए यह एक उपयुक्त साधन हो सकता है (शर्मा[5])।

फैंग[6] ने अपने प्रारम्भिक कार्य में हथेली के a-b रीज काउण्ट को (दोनों हथेलियों के कुल रीज काउण्ट) दो भागों में वर्गीकृत किया है—निम्न मान एवं उच्च मान। *a-b* रीज काउण्ट जब 78 या

उससे कम हो तो यह निम्न मान होता है और उससे अधिक उच्च मान होता है। उन्होंने यह सुझाव रखा है कि इस ट्रेट के लिए एक जोड़ा ऐलीलोमोर्फिक जीन उत्तरदायी होते हैं तथा उच्च मान के लिए ऐलील निम्न मान के ऐलील पर प्रभावित होते हैं। पोन्स[7] ने अपने अध्ययन में पाया है कि *a-b* ट्राइ-रेडियस के बीच पृथक्करण की माला वंशानुगत है तथा पोलिमेरिक पद्धति की कल्पना को नकारा नहीं जा सकता है। वैसे विशेषकर *a-b* रीज काउण्ट से सम्बन्धित अनेक शोधपत्र प्रकाशित हुए हैं (भट्टाचार्या[8], चट्टोपाध्याय एवं अन्य[9], दास शर्मा[10], दत्ता[11], पोन्स[12], सेठ[13], भसीन[14], वंसल[15], भानु एवं अन्य[16], साहु[17,18]) परन्तु अन्तरअंगुलीय पारस्परिक सह-सम्बन्ध पर बहुत ही कम कार्य हुआ है (बैट्स एवं अन्य[19], नुशमैन[20], रोगुका एवं अन्य[21], मेट[22], डेनिस[23])।

वर्तमान अध्ययन में संथाल एवं बिरहोर जनजाति की हथेलीय विशेषताओं का वर्णन करते हुए अन्तर-अंगुलीय रीज काउण्टों —*ab*, *bc* एवं *cd*— के बीच पारस्परिक सह-सम्बन्ध निकाला गया है। इस प्रकार का कार्य इन जनजातियों में ही नहीं बल्कि बिहार की किसी भी जाति तथा जनजाति में नहीं किया गया है।

प्रयोगात्मक

प्रस्तुत अध्ययन के लिए संथाल जनजाति के 170 पुरुषों तथा आदिम जनजाति बिरहोर के 100 पुरुषों (कुल जनसंख्या का 5 प्रतिशत से अधिक) की हथेली का प्रिंट लिया गया है तथा उसका विश्लेषण कुमिन्स एवं मिडलो[24] के आधार पर किया गया है। रीजों की गिनती के लिए *a*, *b*, *c* एवं *d* ट्राइरेडियस को एक पतली सीधी रेखा से *a-b*, *b-c* एवं *c-d* को *a-d* के क्रम में मिला दिया गया और दो ट्राइरेडियसों के बीच के रीज की गिनती की गई।

तीनों अन्तर-अंगुलीय क्षेत्र *ab*, *bc* एवं *cd* के रीज काउण्ट के आधार पर कुल 12 अन्तर-अंगुलीय विभिन्नताओं को निकाला गया—6 अंतर-अंगुलीय क्षेत्रों की रीज काउण्ट, *ab* (बाँया+दाया), *bc* (बाँया+दाँया)। *cd* (बाँया+दाँया), दाँये हाथ की *ab*+*bc*+*cd*, बाँये हाथ की *ab*+*bc*+*cd* तथा दोनों हाथ की कुल *ab*+*bc*+*cd*। इन विभिन्नताओं के आधार पर कुल 15 पारस्परिक सह-सम्बन्ध '*r*' निकाले गये हैं। पारस्परिक सह-सम्बन्ध '*r*' वाकर तथा लेव[25] के आधार पर निकाला गया है तथा '*r*' की मानक त्रुटि निकालने के लिए निम्नलिखित सूत्र प्रयोग में लाया गया—

$$\text{S. E.} = \frac{(1-r^2)}{\sqrt{n}}$$

जहाँ

r=पारस्परिक सह-सम्बन्ध गुणांक

n=सैम्पुल की संख्या

पारस्परिक सह-सम्बन्ध गुणांक '*r*' को महत्वपूर्ण होने के लिए '*t*' के मान (स्टुडेन्ट्स '*t*' टेस्ट) की गणना निम्नलिखित सूत्र से की गयी—

$$'t' = \frac{r\sqrt{(n-2)}}{\sqrt{(1-r^2)}}$$

जहाँ

r=पारस्परिक सह-सम्बन्ध गुणांक

n=नमूनों की संख्या ।

परिणाम तथा विवेचना

सारणी 1 से स्पष्ट पता चलता है कि दोनों ही जनजातियों में मुख्य रेखासूत्र 7.5.5. का मान अधिक (क्रमशः 30·9 प्रतिशत तथा 41 प्रतिशत) है तथा अधिकता के क्रम में निम्नलिखित मुख्य रेखा सूत्र पाया गया है—7.5.5.—.>11.9.7.—.>9.7.5.—. । बिरहोर में 7.5.5., 11.9.7. एवं 9.7.5. की स्थिति दोनों ही हाथों में लगभग एकसमान है परन्तु संथाल में 11.9.7. की स्थिति में काफी अन्तर पाया गया । दाँये हाथ में इसकी घटना 37.0 प्रतिशत है जबकि बाँये में 21.2 प्रतिशत ही है ।

इन तीनों मुख्य रेखासूत्रों के बाद संथाल में 11.7.7. की स्थिति पायी गयी है जबकि बिरहोर में 9.x.5. एवं 9.9.5 का स्थान आता है । संथाल के बाँये हाथ में मुख्य रेखा सूत्र 11.7.7. का मान दाहिने हाथ से अधिक है जबकि बिरहोर में ठीक इसके विपरीत परिणाम मिला । अन्य मुख्य रेखा सूत्रों की स्थिति दोनों ही जनजातियों में बाँये हाथ में अधिक पायी गयी है ।

सारणी 1

मुख्य रेखा सूत्रों की बारम्बारता

सूत्र	संथाल (n=170) में						बिरहोर (n=100) में			
	Rt	%	Lt	%	T	%	Rt	Lt	T	%
11.9.7	63	37.0	36	21.2	99	29.12	31	28	59	29.5
9.7.5	27	15.9	25	14.7	52	15.29	15	15	30	15.0
7.5.5	69	40.6	66	39.0	135	39.78	39	43	82	41.0
11.7.7	2	1.18	12	7.0	14	4.12	3	0	3	1.5
9.9.5	2	1.18	7	4.1	9	2.64	2	6	8	4.0
7.9.7	1	0.6	5	3.0	6	1.76	—	2	2	1.0
7.9.5	0	0	6	2.35	6	1.76	—	1	1	0.5
9.x.5	4	2.35	0	0	4	1.17	—	9	9	4.5
11.7.9	0	0	3	1.77	3	0.88	1	—	1	0.5
11.7.5	3	1.77	3	1.77	6	1.76	—	1	1	0.5
11.x.x	0	0	3	1.77	3	0.88	—	1	1	0.5
11.11.9	3	1.77	0	0	3	0.88	—	3	3	1.5
	174	51.17	166	48.82	340	100.0	91	109	200	100.0

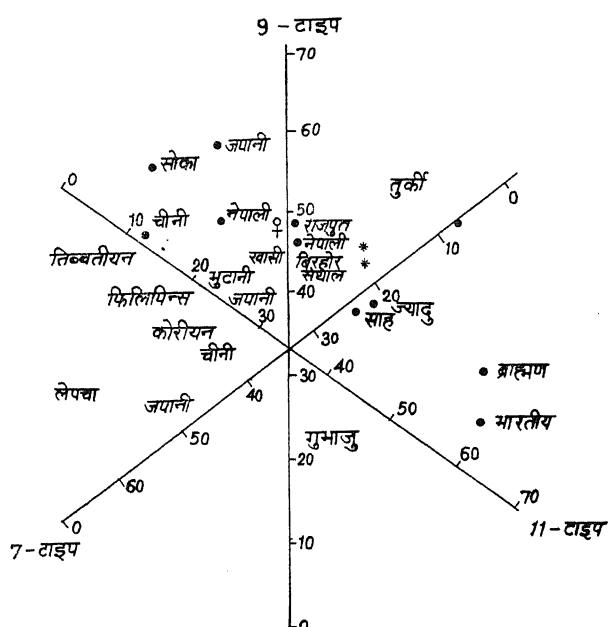
सारणी 2

हाइपोथिनर एवं थिनर/I क्षेत्र में लूप की स्थिति

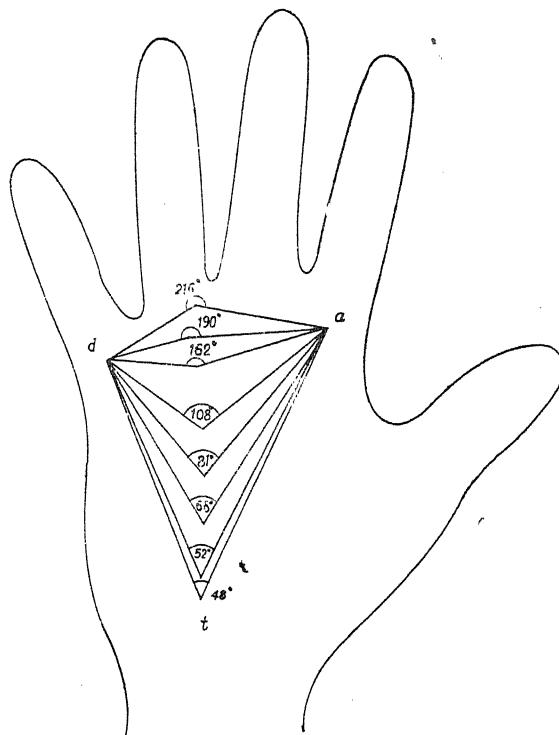
हाइपोथिनर						थिनर/I					
संथाल			बिरहोर			संथाल			बिरहोर		
Rt.	Lt.	T	Rt.	Lt.	T	Rt.	Lt.	T	Rt.	Lt.	T
8	10	18	6	4	10	12	25	37	9	12	21

संथाल के हाइपोथिनर क्षेत्र में लूप की स्थिति दोनों हाथों में लगभग बराबर है जबकि थिनर क्षेत्र में दोनों हाथों के बीच दुगुने का अन्तर है। बिरहोर में ठीक इसके विपरीत परिणाम प्राप्त हुआ है लेकिन थिनर क्षेत्र में दोनों हाथों के बीच दुगुने का अन्तर नहीं है।

तीनकोणीय समतुल्यता

कुमिन्स तथा मिडलो[26] के द्वारा प्रतिपादित तीनों टाइपों-टाइप-7, टाइप-9 एवं टाइप-11 के बीच सम्बन्ध को दर्शाने के लिए तीनकोणीय समतुल्यता फुकुदा[27] की विधि का व्यवहार किया गया है। चित्र 4 के अनुसार पाया गया है कि संथाल तथा बिरहोर जापानी (योशिमो[28], फ्लेसचकर[29]), खासी (मिकी एवं अन्य[30]), राजपूत, स ।। (तिवारी[31]), भूटानी (भसीन[32]), नेपाली (भसीन[33]) के नजदीक हैं।

चित्र 4 : तीनकोणीय समतुल्यता में संथाल* तथा बिरहोर* का स्थान

atd कोण

a, t एवं *d* ट्राइरेडियसों के मिलनकोण को *atd* कोण कहते हैं। हथेली में इस कोण का विशेष महत्व होता है। चित्र 5 में पेनरोज[34] के द्वारा प्रतिपादित सामान्य, कुछ विशिष्ट रोगियों एवं संथाल और बिरहोर में ऐक्सियल ट्राइरेडियस (*t*) का स्थान एवं *atd* कोण को दर्शाया गया है। चित्र 5 से स्पष्ट पता चलता है कि संथाल एवं बिरहोर में ऐक्सियल ट्राइरेडियस सामान्य लोगों के जैसा ही कलाई की ओर होता है। *atd* कोण के सन्दर्भ में संथाल तथा बिरहोर भी सामान्य लोग से मिलते -जुलते हैं। संथाल तथा बिरहोर में *atd* कोण 52° पाया गया है जो सामान्य लोगों से थोड़ा अधिक है। साहु[34] ने सिंहभूम के संथाल में यह कोण 57° पाया है। पेनरोज[55] के अनुसार साधारण लोगों में यह कोण 48° का होता है तथा सिण्ड्रोम रोगियों में 108° तक का मान पाया गया है। डरबी तथा ह्यूग[36] ने इसका मान 216° तक पाया।

216°=पटाउ का सिण्ड्रोम t''
190°=कैट आई सिण्ड्रोम t''
108°=ट्राइसोमी t''
81° =मोंगोलिज्म t'
66° =टरनर सिण्ड्रोम t'
52° =संथाल एवंव बिरहोर t
48° =सामान्य t

चित्र 5 : सामान्य, संथाल, बिरहोर तथा कुछ विशिष्ट रोगियों में एक्सियल ट्राइरेडियस (t) का स्थान एवं atd कोण।

सारणी 3

पामर ट्राइरेडियस बारम्बारता

पामर ट्राइरेडियस	संथाल			बिरहोर		
	Rt.	Lt.	T	Rt.	Lt.	T
a d t	—	—	—	—	—	—
a b d t	1	5	6	—	2	2
a c d t	5	2	7	2	1	3
a b c d t	166	155	321	97	97	194
a b c d d t	1	3	4	1	—	1
a a b c c d t	1	1	2	—	—	—
a a b c d d t	—	—	—	—	—	—
	174	166	340	100	100	200

दोनों ही जनजातियों में सामान्य लक्षण के ही पामर ट्राइरेडियस पाया गया है। संथाल में बाँए हाथ में यह लक्षण दाँए हाथ की तुलना में कम है जबकि बिरहोर में दोनों हाथों में एकसमान मान पाया गया। संथाल में ट्राइरेडियस '*c*' की अनुपस्थिति बाँए हाथ में अधिक है तथा ट्राइरेडियस '*b*' की अनुपस्थिति दाँए हाथ में अधिक है। बिरहोर में ट्राइरेडियस '*c*' की अनुपस्थिति सिर्फ बाँए हाथ में ही पायी गयी। अतिरिक्त ट्राइरेडियस '*d*' संथाल के बाँए हाथ में दाहिने हाथ की तुलना से अधिक मिली है।

सारणी 4 तथा 5 में क्रमशः संथाल एवं बिरहोर के प्रत्येक रीज काउण्ट का माध्य तथा मानक विचलन दर्शाया गया है। दोनों ही जनजातियों के दोनों हाथों में *ab* रीज काउण्ट का मान सबसे अधिक तथा *bc* रीज काउण्ट का मान सबसे कम है। *ab* रीज काउण्ट के सन्दर्भ में संथाल में दाँए हाथ का माध्य मान (42.52 ± 0.51) बाँए हाथ का माध्य मान (41.21 ± 0.52) की तुलना में अधिक है जबकि बिरहोर में ठीक इसके विपरीत परिणाम पाया गया ($Lt = 39.42 \pm 0.51$ तथा $Rt = 38.79 \pm 0.49$)। *ab* रीज काउण्ट का मान दोनों ही में (फैंग[37] के द्वारा प्रतिपादित मान के अनुसार) उच्च है।

bc एवं cd रीज काउण्ट की स्थिति भी दोनों ही जनजातियों में ab रीज काउण्ट के ही समान है। इसी प्रकार कुल रीज काउण्ट का मान संथाल में दाहिने हाथ में अधिक है तथा बिरहोर में ठीक इसके विपरीत यानी बाँये हाथ में अधिक मान पाया गया है।

सारणी 4

संथाल में अन्तरअंगुलीय रीज काउण्ट की माध्य एवं स्टैण्डर्ड विचलन

चर		माध्य+S. E.	स्टै० वि०+S. E.
a b	R	42.52±0.51	5.16±0.39
	L	41.21±0.52	4.93±0.37
	R+L	83.45±0.96	9.16±0.63
b c	R	28.62±0.24	4.96≠0.40
	L	26.36±0.43	5.52±0.39
	R+L	54.93±0.89	9.36±0.72
c d	R	36.64±0.54	4.76±0.36
	L	37.38±0.49	4.39±0.34
	R+L	73.82±0.92	8.02±0.62
ab+bc+cd	R	107.78±1.14	9.43±0.73
ab+bc+cd	L	104.95±1.03	9.86±0.76
ab+bc+cd	R+L	212.73±1.98	18.21±1.17

सारणी 5

बिरहोर में अन्तरअंगुलीय रीज काण्ट की माध्य एवं स्टैण्डर्ड विचलन

चर		माध्य+S. E.	स्टै० वि०+S. E.
a b	R	38.79±0.49	4.98±0.39
	L	39.42±0.51	5.23±0.41
	R+L	78.20±0.98	9.22±0.71
b c	R	24.16±0.19	5.13±0.32
	L	25.39±0.39	5.62±0.42
	R+L	49.42±0.67	9.48±0.74
c d	R	35.92±0.51	4.61±0.39
	L	36.37±0.54	4.72±0.41
	R+L	72.28±0.98	9.13±0.72
ab+bc+cd	R	98.88±0.99	9.28±0.68
ab+bc+cd	L	101.18±1.01	9.68±0.73
ab+bc+cd	R+L	200.06±1.99	18.23±1.41

संथाल तथा बिरहोर के माध्य मानों पर दृष्टिगोचर करने से यह पता चलता है कि संथाल में माध्य का मान बारहों चरों में बिरहोर से अधिक है जिसमें ab+bc+cd(R) का माध्य मान तुलनात्मक रूप से अधिक है जबकि बाँए हाथों के बीच अन्तर ज्यादा नहीं है। कुल रीज काउण्ट (ab+bc+cd R+L) का मान भी संथाल में अधिक है।

सारणी 6

संथाल में अन्तरअंगुलीय क्षेत्रों के रीज काउण्ट के लिए पारस्परिक सह-सम्बन्ध गुणांक 'r' तथा 't' का मान

	अन्तरअंगुलीय क्षेत्रों का युग्म		'r' का मान E. S. के साथ	't' का मान
1.	ab—bc	R—R	0.13±0.07	1.61
2.	ab—cd	R—R	0.27±0.07	3.51*
3.	bc—cd	R—R	0.11±0.08	1.4
4.	ab—bc	L—L	0.36±0.06	4.68*
5.	ab—cd	L—L	0.22±0.07	2.86*
6.	bc—cd	L—L	0·26±0.07	3.88*
7.	ab—ab	R—L	0.65±0.04	7.85*
8.	bc—bc	R—L	0-71±0.04	9.43*
9.	cd—cd	R—L	0.69±0.04	9.03*
10.	ab—bc	TR—TL	0.28±0.07	3.64*
11.	ab—cd	TR—TL	0.24±0.07	3.12*
12.	bc—cd	TR—TL	0.91±0.07	2.47*
13.	PRC—PRC	R—L	0.90±0.01	11.7*
14.	PRC—TPRC	L—R+L	0.98±0.03	12.74*
15.	PRC—TPRC	T—R+L	0.99±0.01	12.87*

*महत्वपूर्ण अन्तर दर्शाता है 5 प्रतिशत पर

सारणी 4

संथाल में अन्तरअंगुलीय रीज काउण्ट की माध्य एवं स्टैण्डर्ड विचलन

चर		माध्य+S. E.	स्टै० वि०+S. E.
a b	R	42.52±0.51	5.16±0.39
	L	41.21±0.52	4.93±0.37
	R+L	83.45±0.96	9.16±0.63
b c	R	28.62±0.24	4.96≠0.40
	L	26.36±0.43	5.52±0.39
	R+L	54.93±0.89	9.36±0.72
c d	R	36.64±0.54	4.76±0.36
	L	37.38±0.49	4.39±0.34
	R+L	73.82±0.92	8.02±0.62
ab+bc+cd	R	107.78±1.14	9.43±0.73
ab+bc+cd	L	104.95±1.03	9.86±0.76
ab+bc+cd	R+L	212.73±1.98	18.21±1.17

सारणी 5

बिरहोर में अन्तरअंगुलीय रीज काण्ट की माध्य एवं स्टैण्डर्ड विचलन

चर		माध्य+S. E.	स्टै० वि०+S. E.
[illegible]	R	38.79±0.49	4.98±0.39
	L	39.42±0.51	5.23±0.41
	R+L	78.20±0.98	9.22±0.71
	R	24.16±0.19	5.13±0.32
	L	25.39±0.39	5.62±0.42
	R+L	49.42±0.67	9.48±0.74
[illegible]	R	35.92±0.51	4.61±0.39
	L	36.37±0.54	4.72±0.41
	R+L	72.28±0.98	9.13±0.72
ab+bc+cd	R	98.88±0.99	9.28±0.68
ab+bc+cd	L	101.18±1.01	9.68±0.73
ab+bc+cd	R+L	200.06±1.99	18.23±1.41

संथाल तथा बिरहोर के माध्य मानों पर दृष्टिगोचर करने से यह पता चलता है कि संथाल में माध्य का मान बारहों चरों में बिरहोर से अधिक है जिसमें ab+bc+cd(R) का माध्य मान तुलनात्मक रूप से अधिक है जबकि बाँए हाथों के बीच अन्तर ज्यादा नहीं है। कुल रीज काउण्ट (ab+bc+cd R+L) का मान भी संथाल में अधिक है।

सारणी 6

संथाल में अन्तरअंगुलीय क्षेत्रों के रीज काउण्ट के लिए पारस्परिक सह-सम्बन्ध गुणांक 'r' तथा 't' का मान

अन्तरअंगुलीय क्षेत्रों का युग्म			'r' का मान E. S. के साथ	't' का मान
1.	ab—bc	R—R	0.13±0.07	1.61
2.	ab—cd	R—R	0.27±0.07	3.51*
3.	bc—cd	R—R	0.11±0.08	1.4
4.	ab—bc	L—L	0.36±0.06	4.68*
5.	ab—cd	L—L	0.22±0.07	2.86*
6.	bc—cd	L—L	0·26±0.07	3.88*
7.	ab—ab	R—L	0.65±0.04	7.85*
8.	bc—bc	R—L	0-71±0.04	9.43*
9.	cd—cd	R—L	0.69±0.04	9.03*
10.	ab—bc	TR—TL	0.28±0.07	3.64*
11.	ab—cd	TR—TL	0.24±0.07	3.12*
12.	bc—cd	TR—TL	0.91±0.07	2.47*
13.	PRC—PRC	R—L	0.90±0.01	11.7*
14.	PRC—TPRC	L—R+L	0.98±0.03	12.74*
15.	PRC—TPRC	T—R+L	0.99±0.01	12.87*

*महत्वपूर्ण अन्तर दर्शाता है 5 प्रतिशत पर

सारणी 7

बिरहोर में अन्तरअंगुलीय क्षेत्रों के रीज काउण्ट के लिए पारस्परिक सह-सम्बन्ध गुणांक 'r' तथा 't' का मान

अन्तरअंगुलीयक्षेत्रों का युग्म			'r' का मान S. E. के साथ	't' का मान
1.	ab—bc	R—R	0.09±0.1	0.90
2.	ab—cd	R—R	0.23±0.09	2.30*
3.	bc—cd	R—R	0.08±0-1	0.80
4.	ab—bc	L—L	0.31±0.08	3.1*
5.	ab—cd	L—L	0.25±0.09	2.5*
6.	bc—cd	L—L	0.15±0.09	1.5*
7.	ab—ab	R—L	0.53±0.07	5.3*
8.	bc—bc	R—L	0.64±0.06	6.4*
9.	cd—cd	R—L	0.61±0.06	6.1*
10.	ab—bc	TR—TL	0.23±0.09	2.3*
11.	ab—cd	TR—TL	0.18±0.09	1.8
12.	bc—cd	TR—TL	0.14±0.09	1.4
13.	PRC—PRC	R—L	0.86±0.03	8.6*
14.	PRC—TPRC	R—L+L	0.84±0.03	8.4*
15.	PRC—TPRC	L—R+L	0.89±0.02	8.9*

*महत्वपूर्ण अन्तर दर्शाता है .05 पर

सारणी 6 तथा 7 में अन्तरअंगुलीय क्षेत्रों के रीज काउण्टों के लिए पारस्परिक सह-सम्बन्ध गुणांक 'r' तथा 't' का मान दर्शाया गया है। दोनों ही जनजातियों के तीनों अन्तरअंगुलीय क्षेत्रों में दोनों हाथों के बीच महत्वपूर्ण अन्तर पाया गया है। संथाल में bc रीज काउण्ट का मान सबसे अधिक ($r=0.71\pm0.04$ एवं $t=9.43$) तथा ab रीज काउण्ट का मान सबसे कम ($r=0.65\pm0.04$ एवं $t=7.85$) है। ठीक ऐसी ही परिणाम बिरहोर जनजाति में भी पाये गये हैं (अधिकतम मान ($r=0.64\pm0.06$, $t=6.4$ तथा न्यूनतम मान $r=0.53\pm0.07$, $t=5.3$)।

अन्तरक्षेत्र तुलनाओं में इन तीनों क्षेत्रों के बीच संथाल में दाँया ab एवं bc तथा दांया bc तथा cd को छोड़कर बाकी सबों के बीच महत्वपूर्ण पारस्परिक सहसम्बन्ध प्राप्त हुआ है। बिरहोर में तीन क्षेत्रों के बीच महत्वपूर्ण पारस्परिक सह-सम्बन्ध मिला है और तीन क्षेत्रों के बीच महत्वपूर्ण सह-सम्बन्ध नहीं मिला है। दाँए हाथ की विभिन्न रीज काउण्ट तथा वाँए हाथ की विभिन्न रीज काउण्ट के बीच संथाल में तीनों स्थितियों में महत्वपूर्ण सह-सम्बन्ध पाया गया हैं जबकि बिरहोर में ab (दाँया) एवं cd (बाँया) के बीच पारस्परिक सह-सम्बन्ध नहीं मिला है। प्रत्येक क्षेत्र के कुल रीज काउण्ट (दांया+बाँया) की तुलना करने पर प्रत्येक अन्तरक्षेत्रों के बीच सह-सम्बन्ध का महत्व एक ही पाया गया है।

संथाल का मान सभी क्षेत्रों में बिरहोर से अधिक है तथा संथाल में 15 क्षेत्रों में से दो क्षेत्रों, ab—bc R—R एवं bc—cd R—R को छोड़कर सबों के बीच महत्वपूर्ण पारस्परिक सह-सम्बन्ध पाया गया जबकि बिरहोर में संथाल के उक्त दोनों क्षेत्रों के अतिरिक्त दो अन्य क्षेत्रों, bc—cd L—L एवं ab—cd R—L में महत्वपूर्ण सम्बन्ध नहीं पाया गया। संथाल में 't' का मान सबसे अधिक 12.87 तथा सबसे कम 1.4 है जबकि बिरहोर में सबसे अधिक मान 8.9 तथा सबसे कम 0.80 है।

सारणी 8 में वर्तमान परिणाम को थेलारी (करमाकर तथा मलहोत्रा[38]), ब्रिटिसर (डेनी[39]) एवं पूर्वी जर्मनियों (मेट[40]) के साथ तुलनात्मक रूप से दर्शाया गया है। सारणी से यह स्पष्ट पता चलता है कि अन्तर क्षेत्रीय सह-सम्बन्धों के सन्दर्भ में महत्वपूर्ण अन्तर पाये गये हैं। ब्रिटिश लोगों में सभी अन्तर क्षेत्रों में सिर्फ महत्वपूर्ण सह-सम्बन्ध ही नहीं प्राप्त हुए हैं बल्कि पारस्परिक सह-सम्बन्ध गुणांक 'r' के मान भी अधिक मिले हैं। पूर्वी जर्मन लोगों में दाहिना ab और bc तथा बाँया ab और bc को छोड़कर अन्य सभी अन्तरक्षेत्रों के बीच महत्वपूर्ण सम्बन्ध मिले हैं।

लेकिन सभी सह-सम्बन्धों का परिणाम डेनिस के परिणाम की तुलना में कम है। महाराष्ट्र के थेलारी धांगर में सात क्षेत्रों के बीच महत्वपूर्ण परिणाम नहीं पाया गया तथा महत्वपूर्ण सह-सम्बन्ध पाये जाने वाले क्षेत्रों का मान डेनिस के परिणाम के अनुरूप ही है।

वर्तमान अध्ययन में पारस्परिक सह-सम्बन्ध 'r' मान का परिणाम करमाकर तथा मलहोत्रा तथा डेनिस के परिणाम के अनुरूप है परन्तु बिरहोर में पारस्परिक सह-सम्बन्ध 'r' मान का परिणाम संथाल तथा ब्रिटिश लोगों से सभी क्षेत्रों में कम है। संथाल में 'r' का मान अन्तिम तीन स्थितियों में ब्रिटिश लोगों से अधिक है। इसके साथ ही साथ यह बैट्स तथा स्वार्जेफिशर के परिणाम से भी मिलता है तथा नुशमैन के परिणाम से सभी क्षेत्रों में नहीं मिलता है। सभी अध्ययनों में सजातों के बीच महत्वपूर्ण सम्बन्ध मिले हैं। वैसे वर्तमान तथा अन्य सभी अध्ययनों में अन्तरअंगुलीय क्षेत्रों के बीच महत्वपूर्ण सह-सम्बन्ध मिले हैं फिर भी कोई ठोस व्याख्या नहीं की जा सकती है, लेकिन यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि यह अन्तरइथनिक अन्तर तथा विभिन्न वातावरणीय प्रभाव के कारण हो सकता है।

सारणी 8

अन्तरअंगुलीय क्षेत्रों के रीज काउण्ट के लिए पारस्परिक सह-सम्बन्ध 'r' का तुलनात्मक मान

अन्तरअंगुलीय क्षेत्रों का युग्म	थेलारी धांगर (करमाकर एवं अन्य[38])	ब्रिटिश (डेनीस[39])	पूर्वी जर्मन (मेट[40])
(R) ab—(R) bc	0.06±0.11	0.28*	0.09
(R) ab—(R) cd	0.17±0.10	0.36*	0.24*
(R) bc—(R) cd	0.01±0.11*	0.15*	0.13*
(L) ab—(L) bc	0.27±0.10*	0.31*	0.03
(L) ab—(L) cd	0.11±0.10	0.40*	0.11*
(L) bc—(L) cd	0.17±0.10	0.26*	0.11*
(R) ab—(L) ab	0.58±0.07*	0.76*	0.23*
(R) bc—(L) bc	0.72±0.05*	0.81*	0.16*
(R) cd—(L) cd	0.63±0.06*	0·74*	0.32*
(TS) ab—(TL) bc	0.23±0.10*	—	—
(TR) ab—(TL) cd	0.15±0.10	—	—
(TB) bc—(TL) cd	0.14±0.10	—	—
(R) PRC—(L) PRC	0.77±0.04*	0.87*	—
(R) PRC—TPRC	0.93±0.01*	0.96*	—
(R) PRC—TPRC	0.94±0.02*	0.97*	—

*महत्वपूर्ण अन्तर दर्शाता है .05 पर।

निर्देश

1. कुमिन्स, एच० तथा मिडलो, सी०, **फिलाडेल्फीया**, ब्लेकिस्टोन, 1943
2. पेनरोज, एल० एस० तथा लॉश, डी०, **मेन्टल डेफिसि० रिसर्च**, 1970, 14, 111
3. कुमिन्स, एच० तथा मिडलो, सी०, फिलाडेल्फीया न्यूयार्क 1961

4. बाल, आर० एस० तथा चौबे, आर०, **जेड० मोरफ० एन्थ्रो० 1971**, **631**, 121-130

5. शर्मा, ए० एन०, **माडर्न ट्रेण्ड इन एन्थ्रो 1989**, 127-129

6. फैंग, टी० सी०, **पी०-एच० डी० थीसिस लन्दन** वि० वि० 1951 (मित्रा 1966 से उद्धृत)

7. पोन्स, जे०, **अन्न० ह्यूमन० जेने०** 1964, **27**, 273

8. भट्टाचार्या, डी० के०, **इन्टर० सिम्पो० ऑन डरमे०**, दिल्ली वि० वि० 1966, (उ० प्र०)

9. चट्टोपाध्याय, पी० के०, **फ्रि० आफ कलर०**, 1967 (अ० प्र०)

10. दाश शर्मा, पी०, **इन्टर० सिम्पो० आन डरमे०** दिल्ली वि० वि० 1966

11. दत्ता, पी० के०, **सागर युनि०** जर्नल (साइन्स), 1961

12. पोन्स, जे०, **अन्न० ह्यूमेन० जेने०** 1964, **27**, 273

13. सेठ, पी० के०, **मैन**, 1963, **242**, 189-190

14. भसीन, एम० के०, **दी एन्थ्रो०**, 1966, **13**, 81-87

15. बंसल, आई० जे० एस०, **इस्टे० एन्थ्रो०**, **1966**, **14**, 112-122

16. भानु, बी० वी० तथा मलहोत्रा, के० सी०, **मैन इन इंडिया**, 1967, **42**, 149-157

17. साहु, चतुर्भुज, **विज्ञान परिषद अनु० पत्रिका**, 1991, **34**, 3, 107-114

18. साहु, चतुर्भुज, वही, 1992, **35**, 2

19. वैट्स, एच० तथा स्वार्जफीशर, जे०, **होमो०**, 1959, **10**, 226-236

20. नुशमैन, आर०, **ह्यूमेन जेने०**, 1969, **8**, 208-216

21. रोगुका, इ०, सिजोथवा, जेड० तथा सिजोथा, एच०, **माटर० प्रेप० एन्थ्रो०** 1971, **18**, 159-174

22. मेट, एम०, **अन्न० जर० फिजि० एन्थ्रो०**, 1975, **42**, 233-235

23. डेनिस, आर० एल० एच०, **पी-एच० डी० थीसिस**, 1977, (करमाकर 1980 से उद्धृत)

24. कुमिस, एच० तथा मिडलो, सी०, न्यूयार्क, 1961

25. वाकर, एच० एम० तथा लेव, एच० कलकत्ता

26. कुमिन्स, एच० तथा मिडलो, सी० न्यूयार्क, 1961

27. फुकुदा, एच०, हन्जाइ० जासी०, 1941, 15, 110-130

28. योशिमी, एफ० 1935 (भसीन 1971 से उद्धृत)

29. फ्लेसचकर, वी० एच०, जेड० मोरक० एन्थ्रो० 1951, 42, 383-438

30. मिकी, टी० तथा अन्य, प्रोसी० जापान एका०, 1961, 37, 57-62

31. तिवारी, एस० सी०, मैन इन इन्डिया, 1952, 32, 1-13

32. भसीन, एम० के०, एन्थ्रो०, 1965, 11, 40-46

33. भसीन, एम० के०, जेड० मोरफो० एन्थ्रो०, 1971, 63, 1, 110-120

34. साहु, चतुर्भुज, विज्ञान परिषद अनु० पत्रिका, 1992, 35, 2

35. पेनरोज, एल० एस०, नेचर (लन्दन), 1963, 197, 933-938

36. डरवी तथा ह्यूग (देखें सरन 1977)

37. फैंग, टी० सी०, पी-एच० डी० थीसिस, लन्दन 1951 (देखें मित्रा 1966)

38. करमाकर, वी० तथा मलहोत्रा, के० सी०, इस्का लखनऊ, 1980

39. डेनिस, आर० एल० एच०, पी-एच० डी० थीसिस (अप्र०) 1977

40. मेट, एम०, अन्न० ज० फिजी० एन्थ्रो०, 1975, 42, 233-235

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 35, No. 4, 1992

अनियन्त्रित तन्त्रों में भी व्यवस्था—विज्ञान की नई दृष्टि*

रघुनाथ प्रसाद रस्तोगी
काशी हिन्दू विश्वविद्यालय, वाराणसी

[प्राप्त—मई 30, 1990)

सृष्टि के विभिन्न व्यापारों में व्यवस्था की खोज विज्ञान का लक्ष्य रहा है। अर्जित ज्ञान को व्यावहारिक उपयोग में लाने की वैज्ञानिकों की क्षमता ने इस उद्देश्य को और बढ़ावा दिया। प्रसिद्ध चिन्तक बेकन ने सोलहवीं शताब्दी में विज्ञान की अपरिमित शक्ति की व्याख्या की थी जिसका लाभ मनुष्य निरन्तर उठा रहा है। पर अभी तक विज्ञान का ध्यान सरल तन्त्रों एवं सरल व्यवस्थाओं की ओर ही गया था। इस समय तो हम इन्हें सरल कह सकते हैं पर जब प्रारम्भ में इनके विवेचन की आवश्यकता पड़ी और सोचने का कोई आधार नहीं था तब यह कार्य दुष्कर था और बौद्धिक दृष्टि से उच्चतम कोटि का था। उदाहरण के लिए विद्युतचालकता का ओह्म द्वारा प्रतिपादित नियम अथवा तापचालकता का फोरियर का नियम अथवा विसरण का फिक्स का नियम, जिन्हें निम्न समीकरण की कोटि में रखा जा सकता है :

$$J=LX \tag{1}$$

उक्त समीकरण में J एक प्रवाह (विद्युत प्रवाह अथवा करेंट, ताप प्रवाह, पदार्थ प्रवाह), और X शक्ति का प्रतिनिधित्व करता है जिसके कारण विशेष प्रकार का प्रवाह होता है। तीनों प्रकार के प्रवाह के लिए क्रमशः X=वैद्युत विभव, ताप विभव, सान्द्रता विभव मूल कारण हैं।

हमने सृष्टि की साधारणतम व्याख्याओं का जिक्र किया जहाँ J और X में समानुपातिक संबंध है। L तो एक स्थिरांक है। प्रश्न उठता है क्या सृष्टि के सभी व्यापार ऐसे ही साधारण समीकरणों से व्यक्त किये जा सकते हैं ? सृष्टि तो जटिल है। इसके व्यापार सदैव सभी स्थितियों में सरल नहीं हो सकते हैं।

---

* 30 मई 1990 को डॉ० आत्माराम स्मृति व्याख्यानमाला के अन्तर्गत दिया गया तृतीय भाषण

इन व्यापारों को जरा हम दार्शनिक संदर्भ में देखें और कार्य-कारण संबंध को समझने की चेष्टा करें। हमारे दर्शन के अनुसार सत्कार्यवाद के सिद्धान्त के अनुसार कारण के बिना कभी कार्य नहीं हो सकता और कारण के अस्तित्व के एक क्षण बाद ही कार्य सृजित होता है। विज्ञान की दृष्टि में असत् कार्यवाद का कोई औचित्य नहीं है उल्टे पृष्ठवाद का अजातवाद (जो चीज है ही नहीं उससे किसी नई चीज का सृजन नहीं हो सकता है) भी ठीक लगता है। वैज्ञानिक चिन्तक एक पग आगे जाता है और वह कार्य और कारण के बीच समीकरण ढूँढने की चेष्टा करता है।

बीसवीं शताब्दी के उत्तरार्द्ध में हम जटिलता की ओर बढ़ें हैं। कार्य-कारण संबंध, हम अब निम्न प्रकार से व्यक्त करते हैं

$$J=f(x) \tag{2}$$

जहाँ

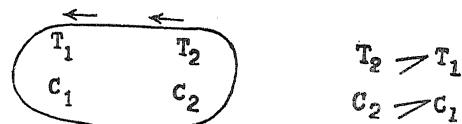
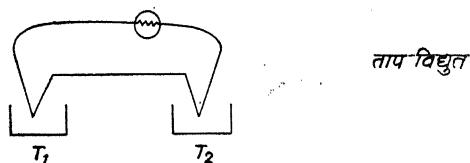
$$f(x)=LX;\ f(x)=ae^{bx};\ f(x)=b\ lu\ X$$

या इसी प्रकार के जटिल फलन हो सकते हैं। उक्त समीकरण के सन्दर्भ में यह अवधारणा निहित है कि एक कार्य का एक ही कारण हो सकता है। वस्तुत ऐसा नहीं है। एक उदाहरण लें

T_1 T_2

C_1 C_2

$T_2 > T_1$

$C_2 > C_1$

उपर्युक्त तन्त्र में जगह जगह ताप समान नहीं है और सान्द्रता भी असमान है। पदार्थ का प्रवाह सान्द्रता की असमानता के कारण भी हो सकता है और ताप की असमानता के कारण भी हो

सकता है। इस परिस्थिति को तापीय विसरण कहते हैं। इस तरह के व्यापार हैं तापीय परासरण, ताप-विद्युत। कहने का तात्पर्य है कि एक कार्य के कई कारण हो सकते हैं। साधारण स्थिति में—

$$J_1 = L_{11}X_1 + L_{12}X_2$$

$$J_2 = L_{21}X_1 + L_{22}X_2 \text{ (रैखिक सम्बन्ध)} \quad (3)$$

पर जटिल स्थिति में—

$$J = f(X_1, X_2, \ldots X_n) \quad (4)$$

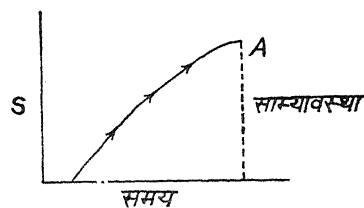
कारण और कार्य के संयोग से सृष्टि के व्यापार चलते रहते हैं पर तन्त्र जब साम्यावस्था में होता है तब कारण लुप्त हो जाता है। फलतः कोई कार्य सम्पादित नहीं होता है और सृष्टि के व्यापारों का लय हो जाता है जिसे हम प्रलय की स्थिति कहते हैं। यह अवश्य है सृष्टि के सारे व्यापारों की दिशा साम्यावस्था की ओर है पर जीवित सृष्टि असाम्यावस्था में है। यही काल की दिशा है, यही काल चक्र है।

न्यूटन के गतिकी नियम असाम्यावस्था की स्थिति में सृष्टि के व्यापारों को समझने के लिए आधार रहे हैं पर सृष्टि के व्यापार इतने जटिल हैं और परिस्थितियाँ इतनी जटिल हैं कि यह नियम पूर्णतया संतोषजनक उत्तर प्रदान नहीं कर सकते हैं। उदाहरण के लिए एक पात्र में किसी नियत ताप और दाब पर किसी गैस का एक मोल लें। अणुओं की संख्या 6.06×10^{23} होगी जो पात्र में एक स्थान से दूसरे स्थान पर अनियंत्रित ढंग से एक दूसरे अणु से टकराते फिरते हैं। उनकी अपनी-अपनी गतिज ऊर्जा एवं स्थितिज ऊर्जा होगी। अणुओं की इतनी बड़ी संख्या होने के कारण उनकी गति, ऊर्जा एवं स्थान का लेखा-जोखा रखना लगभग असंभव है। इस परेशानी का निदान मैक्सवेल और बोल्ट्जमैन इत्यादि ने सांख्यिकी व्यवहार के आधार पर सांख्यिकी यांत्रिकी सृजित कर लिया।

उपर्युक्त परेशानी का वैज्ञानिक प्रगति में एक और निदान प्रस्तुत किया। वह था ऊष्मागतिकी (Thermodynamics) के द्वारा जो पदार्थों के तन्त्रों के सामूहिक गुणों पर जैसे ताप, दाब एवं अणुओं की संख्या पर आधारित है। कालांतर में ऊष्मागतिकी का पहला और दूसरा नियम सृष्टि के व्यापारों को समझने के लिए और प्रागुक्ति के लिए अत्यन्त लाभदायक सिद्ध हुए। पहिला तो ऊर्जा एवं ऊष्मा-संबंधी परिवर्तनों के लिए और दूसरा साम्यावस्था के गुणों एवं परिवर्तन की दिशा निर्धारित करने के लिए। गणित के रूप में द्वितीय नियम को निम्न प्रकार से परिभाषित किया गया :

$$(ds)_{E,V} = 0 \text{ साम्यावस्था के लिए} \quad (5)$$

$$(ds)_{E,V} > 0 \text{ असाम्यावस्था के लिए} \quad (6)$$

शब्दों में साम्यावस्था की स्थिति में तन्त्र की नियत ऊर्जा एवं आयतन के लिए एन्ट्रोपी का परिवर्तन ds शून्य के बराबर होता है और असाम्यावस्था की स्थिति में ds का मान शून्य से अधिक होता है।

समीकरण (5) पर आधारित अनेकों नियम और पदों के पारस्परिक संबंध प्रतिपादित किये गये जो प्रयोगों की कसौटी पर खरे उतरे। यह सैद्धान्तिक विज्ञान की महत्वपूर्ण उपलब्धि थी।

यों तो प्रकृति परिवर्तनशील दृष्टिगत होती है पर कभी कभी एकाकी क्षेत्रों में साम्यावस्था प्राप्त हो सकती है जिसमें किसी प्रकार का प्रवाह न हो, सब चीजें स्थिर हों, न ताप का प्रवाह हो, न पदार्थ का प्रवाह हो और न विद्युत-धारा का प्रवाह हो (अर्थात् $J=0$)। यह लय की स्थिति है। स्पष्ट है इसके लिए यह आवश्यक है X भी शून्य हो। अर्थात् तन्त्रों में सभी स्थानों में एक ही ताप हो, एक ही दाब हो, एक ही वैद्युतविभव हो, एक ही सान्द्रता हो और रासायनिक अभिक्रियाएँ न होती हों।

पर जैसा पहले कहा जा चुका है, प्रकृति यथावत् नहीं है। सहज रूप से परिवर्तन उसमें हो रहे हैं, आगे भी होते रहेंगे। असाम्यावस्था नियम है अपवाद नहीं। इसलिए समीकरण (5) के आधार पर हम सृष्टि के तमाम व्यापारों को समझने में समर्थ नहीं हैं। बीसवीं सदी के उत्तरार्द्ध में इस सीमा को तोड़ने के व्यवस्थित प्रयास हुए जिनकी चर्चा हम इस वार्ता में करेंगे।

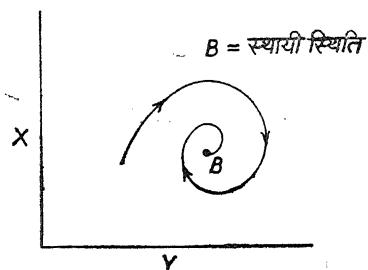
ऊष्मागतिकी की जिस सीमा का हमने उल्लेख किया उसी सीमा में सांख्यिकी यांत्रिकी भी ग्रसित है इसलिए बीसवीं सदी के उत्तरार्द्ध हमारे पास कोई ऐसा सैद्धान्तिक तन्त्र नहीं था, जो सृष्टि के वास्तविक व्यापारों को समझने में सहायता प्रदान करता।

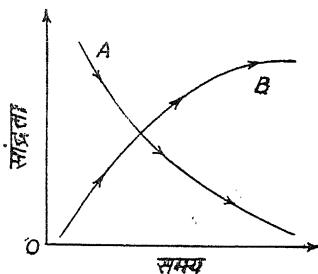
इस दिशा में ज्ञान की परिधि और क्षितिज दोनों को बढ़ाया ओनसागर और प्रीगोजीन ने। एक ने 1969 में तो दूसरे ने 1977 में नोबेल पुरस्कार प्राप्त किया। असाम्यावस्था का वैसे तो वृहद क्षेत्र है पर हम साम्यावस्था के निकट क्षेत्र पर अपना ध्यान केन्द्रित करें। उक्त दोनों वैज्ञानिकों ने प्रतिपादित किया कि—

$$\sigma = \frac{dis}{dt} = \Sigma J_i X_i$$

अर्थात् "एन्ट्रोपी के उत्पादन की गति J_i और X_i के गुणनफलों के योग के बराबर होती है"। पुनः ओनसागर ने सिद्ध किया कि

$$L_{12} = L_{21}$$

अर्थात् cross-coefficients का मान समान होता है। प्रीगोजीन ने यह भी सिद्ध किया कि इस क्षेत्र में तन्त्र एक स्थायी स्थिति की ओर बढ़ता है।

असाम्यावस्था के भीतरी क्षेत्र में हम जब साम्यावस्था से और दूर जाते हैं तो परिस्थितियाँ और भी जटिल हो जाती हैं। सर्वप्रथम J और X के बीच संबंध एक जटिल समीकरण (4) के द्वारा भी व्यक्त किया जा सकता है। पर इस सीमित क्षेत्र में भी प्रयोगों द्वारा यही संकेत मिलता है कि तन्त्र साम्यावस्था में तो नहीं पर अन्त में एक स्थिर अवस्था की ओर पहुंचता है। अनेक असाम्यावस्था के तन्त्र अन्ततोगत्वा स्थिरावस्था को पहुँचते हैं पर साम्यावस्था से और दूर जाने पर विचित्र प्रकार की घटनाएँ घटित होती हैं। इस विचार को उजागर करने के लिए हम रासायनिक अभिक्रियाओं के संदर्भ में तर्क प्रस्तुत करेंगे।

एक साधारण अभिक्रिया $A \rightarrow B$ पर विचार करें जो केवल एक ही दिशा में घटित होती है। अभिक्रिया की दिशा का क्रम निम्न चित्र में दर्शाया गया है :

समय के साथ A की सांद्रता घटती जाएगी जैसा ऊपर के चित्र में दिखाया गया है उसी प्रकार B की सांद्रता समय के साथ निरन्तर बढ़ती जायगी जब तक अभिकर्मक A पूर्णतया परिवर्तित नहीं हो जाता है। अब यदि अभिक्रिया $A \leftrightharpoons B$ पर विचार करें जिसमें B भी स्वतः A में परिवर्तित हो सकता है, तो अभिक्रिया की रूपरेखा निम्न प्रकार की होगी :

थी जिसके कारण कई प्रश्न एकसाथ उठ खड़े हुए । असाम्यावस्था के साम्यावस्था के निकटवर्ती छोर पर तन्त्र हमेशा स्थिरावस्था की ओर बढ़ता है पर दूरवर्ती असाम्यावस्था के क्षेत्र में (Far from equili-

brium) में एक नई व्यवस्था की उत्पत्ति होती है (time order and space order) । यह कैसे संभव है? क्या यह ऊष्मागतिकी के दूसरे नियम का खंडन नहीं करता है ? तर्क यह है कि ऊष्मागतिकी के नियम के अनुसार सृष्टि के सहज व्यापार व्यवस्था से अव्यवस्था की ओर प्रस्थान करते रहने पर उक्त परिस्थितियों में व्यवस्था से अव्यवस्था की ओर पुनः व्यवस्था की ओर तंत्र प्रतिष्ठापित होता है ।

बोल्ट्जमैन के अनुसार

$$S = k \ln W$$

जहाँ k स्थिरांक है, और

$$W = \frac{n!}{n_1! n_2!}$$

N अणुओं की संख्या है और n_1, n_2, ... विभिन्न ऊर्जा स्तरों पर स्थित अणुओं की क्रमशः संख्या है—

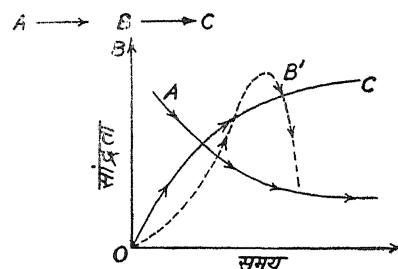
n_5 — 4
n_4 — 3
n_3 — 2
n_2 — 1
n_1 — 0

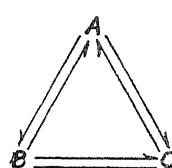
ऊर्जा स्तरों पर स्थित अणुओं की संख्या इस प्रकार W विभिन्न ऊर्जा स्तरों पर N अणुओं को बांटने की विधियों की संख्या है । इसे प्रायिकता बंटन (Probability distribution) अथवा उष्मागतिक प्रायिकता भी कहा जाता है ।

समय के साथ A की सांद्रता घटेगी और B की सांद्रता बढ़ेगी। अन्त में साम्यावस्था की स्थिति पैदा होता है जिसमें —

$$A \rightleftharpoons B$$

अर्थात् साम्यावस्था में और की सांद्रता का अनुपात स्थिर होता है। इसमें भी जटिल अभिक्रिया

में स्थिति इस प्रकार है :

A और C की सांद्रता उसी प्रकार घटती और बढ़ती है पर B की सांद्रता प्रारंभ में बढ़ती है। एक क्षण उसका मान अत्यधिक हो जाता है जो पुनः घटने लगता है।

इसी प्रकार एक दूसरा चक्रिम अभिक्रिया क्रम भी अन्त में स्थिरावस्था को पहुँचता है।

बीसवीं सदी के पूर्वार्द्ध में किसी भी रासायनिक अभिक्रिया का ज्ञान नहीं था, जिसका व्यवहार उपर्युक्त अभिक्रियाओं से भिन्न रहा हो। सभी जानी-मानी अभिक्रियाओं का लक्ष्य स्थिरावस्था अथवा साम्यावस्था की ओर था। पर बीसवीं सदी के उत्तरार्द्ध में 1956 में बेलोसोव ने तन्त्र में एक विचित्र रासायनिक व्यवहार को दर्शाया जिसे 1969 में जाबोर्द्रिस्की ने विधिवत् प्रतिष्ठापित किया। यह अभिक्रिया बेलोसोव जाबोटिंस्की अभिक्रिया के नाम से जानी जाती है। इस अभिक्रिया में Ce^{4+} की सांद्रता, Br^{-} की सांद्रता समय के साथ घटती बढ़ती है। रासायनिक दोलन की खोज की यह एक अद्भुत घटना

थी जिसके कारण कई प्रश्न एकसाथ उठ खड़े हुए । असाम्यावस्था के साम्यावस्था के निकटवर्ती छोर पर तन्त्र हमेशा स्थिरावस्था की ओर बढ़ता है पर दूरवर्ती असाम्यावस्था के क्षेत्र में (Far from equili-

brium) में एक नई व्यवस्था की उत्पत्ति होती है (time order and space order) । यह कैसे संभव है? क्या यह ऊष्मागतिकी के दूसरे नियम का खंडन नहीं करता है ? तर्क यह है कि ऊष्मागतिकी के नियम के अनुसार सृष्टि के सहज व्यापार व्यवस्था से अव्यवस्था की ओर प्रस्थान करते रहने पर उक्त परिस्थितियों में व्यवस्था से अव्यवस्था की ओर पुनः व्यवस्था की ओर तंत्र प्रतिष्ठापित होता है ।

बोल्ट्जमैन के अनुसार

$$S=k \ln W$$

जहाँ k स्थिरांक है, और

$$W=\frac{n!}{n_1!n_2!}$$

N अणुओं की संख्या है और n_1, n_2, ... विभिन्न ऊर्जा स्तरों पर स्थित अणुओं की क्रमशः संख्या है—

n_5 —— 4
n_4 —— 3
n_3 —— 2
n_2 —— 1
n_1 —— 0

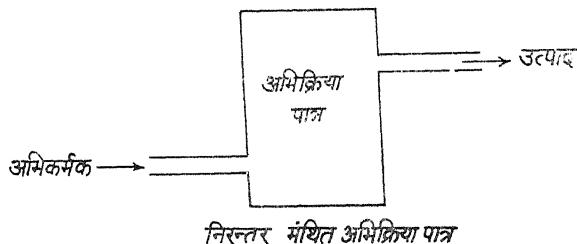
ऊर्जा स्तरों पर स्थित अणुओं की संख्या इस प्रकार W विभिन्न ऊर्जा स्तरों पर N अणुओं को बांटने की विधियों की संख्या है । इसे प्रायिकता बंटन (Probability distribution) अथवा उष्मागतिक प्रायिकता भी कहा जाता है ।

एण्ट्रोपी के दो पक्ष हैं। एक तो एण्ट्रोपी का संबंध आर्डर एवं व्यवस्था से है। 0°K पर सभी अणु 0 स्तर पर होते हैं और अणुओं के बँटने की एक ही विधि होती है, अतः S का मान शून्य होता है। ताप बढ़ाने पर अणु अन्य ऊर्जा स्तरों पर भी जा सकते हैं। अतः S का मान बढ़ जाता है। इसीलिए S की वृद्धि अव्यवस्था की अभिवृद्धि से संबंधित है। दूसरा पक्ष है सृष्टि के नैसर्गिक व्यापारों में एवं अव्यवस्था की अभिवृद्धि। एक रासायनिक अभिक्रिया लें—

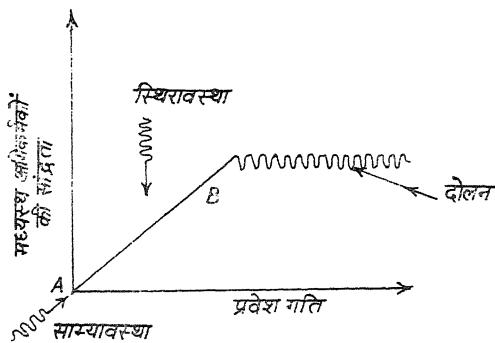
$$A \rightarrow B$$

यह क्रिया तभी संभव है जब S_B का मान S_A से अधिक हो जैसा कि ऊष्मागतिकी का नियम संकेत देता है।

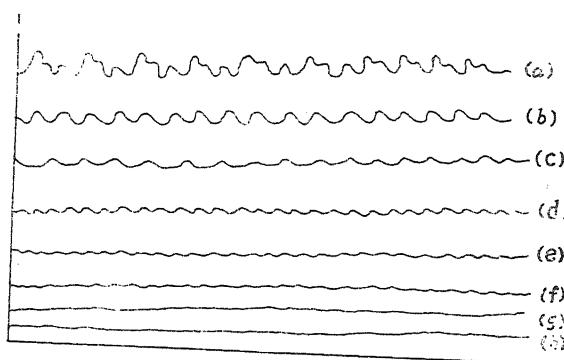
ऊष्मागतिकी के खण्डन का प्रश्न इसीलिए उठता है कि हमें रासायनिक दोलन अथवा रासायनिक तरंगों में प्रत्यक्ष रूप से अपवाद दिखता है। हम निम्न तन्त्र की समीक्षा करें—

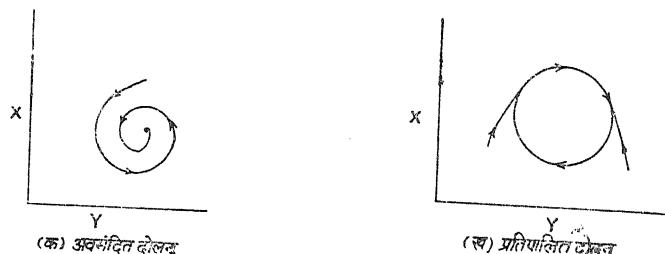
निरन्तर मंथित अभिक्रिया पात्र

उक्त अभिक्रिया पात्र में एक गति से अभिकर्मक एक ओर प्रवेश करते है और दूसरी ओर उत्पाद बाहर निकलते हैं। पात्र में, अभिकर्मकों का आयतन स्थिर रहता है। यदि हम अभिकर्मकों को पात्र में अत्यधिक समय के लिए रहने दें तो वे साम्यावस्था में पहुँच जाएँगे। यह कार्य अभिकर्मकों की प्रवेश-गति को शून्य के निकट रखने से संपादित हो जाएगा। यदि हम अब प्रवेश-गति को धीरे-धीरे बढ़ाते चलें और इस प्रकार अभिक्रिया पात्र में अभिक्रिया-काल को धीरे-धीरे कम करते जाएँ और अभिक्रिया ऐसी चुनें जिसमें रासायनिक दोलन (Chemical Oscillation) हो तो प्रारंभ में स्थिरावस्था (Steady State) मिलेगी जो साम्यावस्था से भिन्न होगी किन्तु बाद में प्रवेशगति के निश्चित मान पहुँचने पर दोलन की प्रक्रिया आरम्भ हो जाएगी।

साम्यावस्था की स्थिति है। A से B तक तन्त्र यद्यपि साम्यावस्था में नहीं रहता है पर मध्यस्थ अभिकर्मकों का मान निश्चित मूल्य ग्रहण कर लेता है पर B पहुँचते ही तन्त्र मार्ग बदल लेता और दोलन की प्रक्रिया प्रारंभ हो जाती है। B एक निश्चित बिन्दु है जहाँ मार्ग में बदलाव आता है। इसे द्विशाखन (Bifurcation) बिन्दु कहते हैं। A से B तक में निरन्तर वृद्धि होती है पर B के बाद

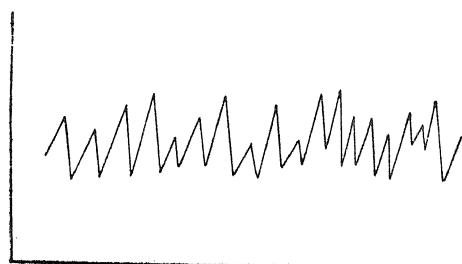
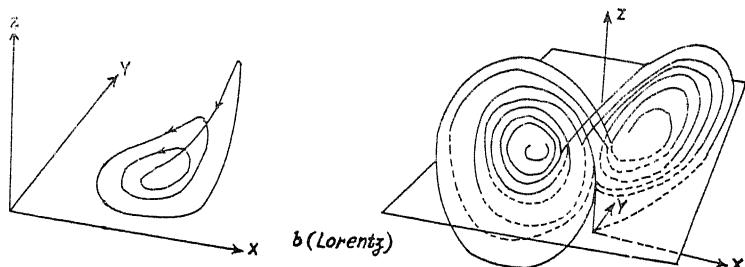
एक व्यवस्था समय के संदर्भ में दृष्टिगोचर होती है और स्पष्टतः एंट्रापी में तभी दृष्टिगत होती है। यह बात ऊर्जागतिकी के द्वितीय नियम के प्रतिकूल प्रतीत होती है। इस विडम्बना का उपचार प्रीगोजीन ने निम्न प्रकार से प्रदान किया।

जिस तन्त्र का हमने पहले जिक्र किया उस पर पुनः विचार कर तंत्र का एन्ट्रोपी परिवर्तन हम निम्न प्रकार से व्यक्त कर सकते हैं—

ds	$=$	$d_e s$	$+$	$d_i s$
कुल एन्ट्रोपी परिवर्तन		निकटवर्ती क्षेत्रों से आदान-प्रदान में एन्ट्रोपी परिवर्तन		तंत्रों में हो रही अपरिवर्तनीय प्रक्रियाओं में एन्ट्रोपी उत्पादन

$d_e s$ का मान शून्य, >0 अथवा <0 हो सकता है पर $d_i s$ का मान शून्य से हमेशा अधिक होता है। अब यदि $d_e s<0$ हो तो उस समय तन्त्र और अधिक व्यवस्थित हो सकता है। उपर्युक्त तन्त्र में बाहर से अभिकर्मक प्रवेश करते हैं और तन्त्र से उत्पाद बाहर जाते हैं। इसलिए ऐसा संभव है कि $ds<0$

विभिन्न प्रवेश-गतियों पर स्थिरावस्था एवं रासायनिक दोलन

उक्त रसायनिक अभिक्रियाओं में जहाँ रासायनिक दोलन की अभिव्यक्ति होती है, प्रायोगिक रूप से Ce^{4+} और Br^- दोनों की सांद्रता में दोलन परिलक्षित होता है। जब दोलन आवर्ती (periodic) होता है तो $[Ce^{4+}]$ और $[Br^-]$ का ग्राफ निम्न प्रकार का होता है—

(क) अवमंदित दोलन (damped oscillations)

(ख) प्रतिपालित दोलन (sustained oscillations)

(क) में तंत्र कलांतर में एक स्थिर बिन्दु पर पहुँचता है पर (ख) में एक बंद वक्र (closed curve) में घूमता रहता है जिसे सीमान्त चक्र (Limit cycle) कहते हैं। यह आवश्यक नहीं कि दोलन आवर्ती हो। यह निम्न प्रकार का भी हो सकता है—

ऐसी परिस्थिति में यदि $X, Y, Z,$ तीन चर हों तो तीनविमीय प्रावस्था आरेख निम्न प्रकार का हो सकता है—

अब यहाँ दो प्रश्न उठते हैं। क्या इस प्रकार की अव्यवस्था सुनिश्चित है अथवा यह अव्यवस्था यादृच्छिक है? दूसरे इस phase- plane plot की ज्यामिति क्या है, क्योंकि यह यूक्लिड की ज्यामिति के आधार पर व्यक्त नहीं की जी सकती है। मूल प्रश्न है क्या अव्यवस्था में भी व्यवस्था ढूंढी जा सकती है?

यदि $X, Y, Z,$ के बीच

$$\frac{dX}{dt}, \frac{dY}{dt} \text{ और } \frac{dZ}{dt}$$

का समीकरण निम्न प्रकार हो तो

$$\frac{dX}{dt} = -(y+z)$$

$$\frac{dY}{dt} = X+ay$$

$$\frac{dZ}{dt} = b+z(x-c)$$

और यदि समीकरण इस प्रकार हो (लारेंज समीकरण)

$$\frac{dX}{dt} = -\sigma X+\sigma Y$$

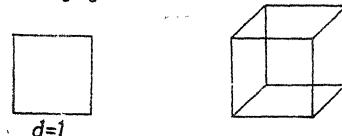
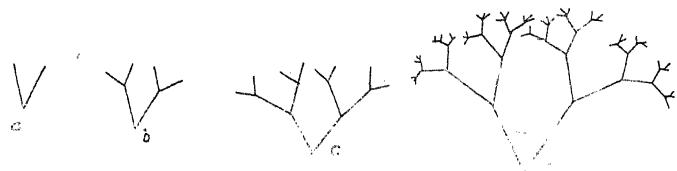
$$\frac{dY}{dt} = -XZ+rX-Y$$

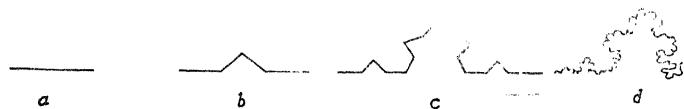
$$\frac{dZ}{dt} = XY-bZ$$

उपर्युक्त समीकरण यह सिद्ध करते हैं कि व्यवस्था भी पूर्वनिर्धारित नियमों एवं व्यवस्था के अनुकूल हो सकती है।

C और D की ज्यामिति विचित्र है। यूक्लिड की ज्यामिति के अनुसार उनकी विमा का निर्धारण समीचीन ढंग से व्यक्त नहीं किया जा सकता। इन अव्यवस्थित आकारों का कैसे निर्धारण हो और यह कैसे उत्पन्न होते हैं यह चिन्तना के विषय हैं।

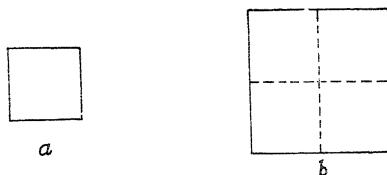
अनियंत्रित एवं अव्यवस्थित (संभवतः दुर्व्यवस्थित) आकार के साधारण उदाहरण हैं, बादल, बादलों की बिजली, इंग्लैंड का समुद्रवर्ती तट। पिछले दो दशकों में वैचारिक प्रगति हुई है और ऐसी

ज्यामिति की आकृतियाँ जिनकी विमा का यूक्लिड के नियमों के अनुसार निर्धारण नहीं हो सकता।

आकृति *a*, *b*, *c*, को देखें—

a की प्रक्रिया को हम दुहरावें तो हमको *b* मिलेगा फिर हम उसको दोहरावें तो *c* आकृति मिलेगी। यदि हम इसी क्रम को आगे ले जायें तो हमें *d* की भाँति की आकृति मिलेगी।

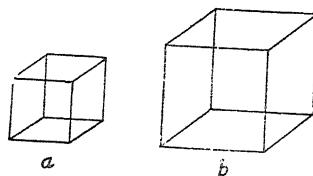
इस प्रकार यदि हम *d* को देखें तो स्पष्ट है मूलतः

उसकी उत्पत्ति क्रम *b* से और क्रमशः *c* से हुई हैं। इन आकृतियों की विशेष ज्यामिति है जिसे काख वक्र कहते हैं। इसकी ज्यामिति फ्रैक्टल ज्यामिति कहलाती है और इसकी विमा निम्न प्रकार से परिभाषित होती है :

$$D=\frac{\log N}{\log L}$$

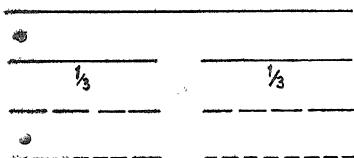
जहाँ आकृति सूक्ष्म स्तर पर समरूप आकृतियों में विभाजित की जा सकती है, जिसकी संख्या N है और सूक्ष्म समरूप आकृतियों और बड़ी आकृतियों का समानुपात L है, स्पष्ट है काख वक्र में N का मान 4 है और L का मान 3 है।

अगर हम एक वर्ग को लें तो हम देखते हैं, बड़े वर्ग में 4 वर्ग में 4 वर्ग समाहित कर सकते हैं। बड़े वर्ग को छोटे वर्ग में परिवर्तित करने के लिये हमें उसकी भुजा को आधा करना पड़ता है—

अर्थात् उसका समानुपात 2 है इसीलिए

$$D=\frac{\log 4}{\log 2}=2.$$

इसी प्रकार *a* को लें। बड़े घन में 8 छोटे घन समाहित हो सकते हैं। अतः

$$D=\frac{\log 8}{\log 2}=\frac{3 \log 2}{\log 2}=3$$

घन और वर्ग दोनों के लिये D का मान युक्लिड की ज्यामिति में विमा के मान के बराबर होता है।

अनियमित एवं विचित्र आकृतियों की बीच भी सूक्ष्म दृष्टि से देखने पर कोई न कोई नियम दृष्टिगोचर होता है। सूक्ष्म स्तर पर ऐसा लगता है कि सूक्ष्म आकृति की पुनरावृत्ति होती है। ऐसा समझने के लिए हम सूक्ष्म स्तर से बड़ी आकृति का निर्माण करने के कुछ उदाहरण लें।

हम एक रेखा को तीन भागों में बांटते हैं और बीच के एक तिहाई भाग को खाली रखते हैं। निरन्तर ऐसा करने पर हमें जो आकृति मिलती है उसे कंटूरसेट कहते हैं। स्पष्ट है जहाँ एक रेखा की विमा

$$D=\frac{\log 3}{\log 3}$$

है पर कंटूरसेट की बिमा

$$D=\frac{\log 2}{\log 3}=0.6309 \quad \text{है।}$$

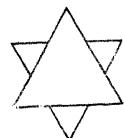
D की परिभाषा निम्न प्रकार से की जा सकती है :

$$N=1^{-D}$$

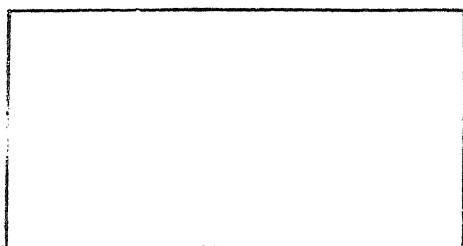
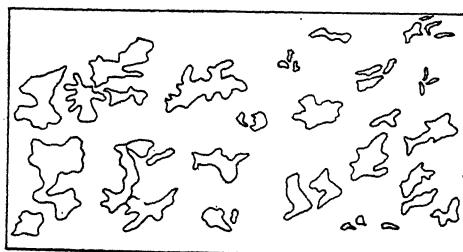
अथवा

$$D=\frac{\log 2}{\log 3}$$

$$\ln N=D \ln 1$$

N=गोलों की संख्या है जिनका व्यास है। इसी प्रकार काख वक्र का निर्माण करें।

$$D=\frac{\log 4}{\log 3}=1.2618$$

त्रिभुज की रेखाओं के मध्य में एक और समभुज त्रिभुज बनावें और उसकी पुनरावृत्ति करें तो हमें काख के वक्र की प्राप्ति होगी। अब यदि उलट कर दायें से बायें देखें तो हमें आकृति विचित्र प्रकार की लगेगी पर यदि उसके निर्माण के बारे में सोचें तो बात कितनी सरल लगती है कि वह केवल समभुज त्रिभुज की पुनरावृत्ति सूक्ष्म स्तर पर है। इस तरह Spierauski Gasket का निर्माण समझा जा सकता है, जिसका d=1.3652 है।

उक्त विचार फ्रैक्टल ज्यामिति के नाम से पिछले दो दशकों में परिपक्व हुये है। मैंडरबोल्ट रूले और टैक्रियस ने नई ज्यामिति की व्याख्या में अभिनव योगदान दिया, जिसका प्रभाव विज्ञान की सभी शाखाओं में दिखाई पड़ रहा है। इस अवधारणा ने रसायन शास्त्र में न केवल अव्यवस्थित रासायनिक दोलन को समझने में सहायता प्रदान की वरन् रासायनिक गतिकी एवं वैद्युत रसायन के नये-नये क्षेत्रों में दृष्टिकोण प्रतिष्ठापित किये हैं। उदाहरण के लिए वैद्युत-रसायन के क्षेत्र में वैद्युत निक्षेपण (electro-deposition) के प्रयोग में निम्न प्रकार का निक्षेपण मिलता है जिसकी ज्यामिति फ्रैक्टल है। विभिन्न विमा की फ्रैक्टल ज्यामिति के निक्षेप का अध्ययन रसायन शास्त्र के क्षितिज के विषय हैं।

इसी प्रकार जब रासायनिक अभिक्रिया में अभिकारकों का सहज विसरण ही हो पाता है तब रासायनिक गतिकी में नये परिणाम परिलक्षित होते हैं जिसका फ्रैक्टल ज्यामिति के आधार पर विश्लेषण करने पर ज्ञान के नये आयाम दर्शित होते हैं। रासायनिक गतिकी के नये रूप को फ्रैक्टल गतिकी कहते हैं।

Solid-Solid Reaction

ठोस-ठोस अभिक्रिया

हमने विज्ञान के एक महत्वपूर्ण क्षेत्र, जिसकी परिधि के लपेट में विज्ञान की बहुत सी शाखायें आती है, विहंगावलोकन की चेष्टा की है। हम सरलता से जटिलता को समझने की ओर जा रहे हैं, जिसमें संगणक कम्प्यूटर हमारी सफलता कर रहे हैं। नई अवधारणायें और नये सिद्धान्त सामने आ रहे हैं। पर प्रकृति के व्यापार यद्यपि देखने में अव्यवस्थित एवं दुर्व्यवस्थित दिखते हैं पर उसमें भी सूक्ष्म दृष्टि से देखने पर एक नियमित व्यवस्था परिलक्षित होती है।

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 35, No. 4, 1992

Cd × Pb अन्योन्य क्रिया का फसलें उगाने के बाद मिट्टी से उनकी DTPA-निष्कर्षणीयता पर प्रभाव

शिव गोपाल मिश्र तथा प्रमोद कुमार शुक्ल

शीलाधर मृदा शोध संस्थान, इलाहाबाद विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

[प्राप्त—जून 2, 1992]

सारांश

शीलाधर मृदा शोध संस्थान के प्रक्षेत्र में Cd तथा Pb की विभिन्न मात्रायें डालकर प्रक्षेत्र में क्रमशः मक्का, शलजम, पालक, मूंग तथा मेथी—ये पाँच फसलें उगायी गयीं। प्रत्येक फसल के बाद मिट्टी में DTPA-निष्कर्षणीय Cd तथा Pb की मात्रायें ज्ञात की गयीं। यह पाया गया कि प्रत्येक फसल के बाद निष्कर्षणीय Cd तथा Pb में कमी आती रही किन्तु जब Cd तथा Pb को एकसाथ डाला गया तो उनकी निष्कर्षणीय मात्रा अधिक पाई गई। इस प्रयोग से सिद्ध होता है कि मृदा-प्रदूषण के फलस्वरूप प्रदूषक तत्वों की काफी मात्रा पौधों द्वारा ग्रहीत होने की अवस्था में मिट्टी में रह सकती है।

Abstract

Effect of Cd × Pb interaction on their DTPA-extractability from soil after growing crops. *By* S. G. Misra and P. K. Shukla, Sheila Dhar Institute of Soil Science, University of Allahabad, Allahabad.

DTPA-extractability of added Cd and Pb either singly or in combination to a loamy soil has been studied under field conditions involving a factorial combination of Cd and Pb used as pollutants. Five crops were grown in sequence (maize-turnip-spinach-mung-methi) in these treated plots with a view to allow the available Cd and Pb to be absorbed and find out DTPA-extractable Cd and Pb present in the soil. It was found that added Cd and Pb increased the DTPA-extractable Cd and Pb in the soil. More Cd was extracted than Pb when applied singly. The interaction between the two (Cd × Pb) gave higher values of extractable Cd and Pb. A continuous decrease in DTPA -extractable Cd and Pb after each crop was observed.

मृदा निष्कर्षण के लिये DTPA का प्रयोग लिंडसे तथा नार्वेल ने[1] यह देखने के लिये किया कि मृदा में पाये जाने वाले कुछ सूक्ष्ममात्रिक तत्व पौदों को कितनी मात्रा में प्राप्त हो सकते हैं। चूंकि सिंचाई के लिए मल-जल के प्रयोग से अनेक सूक्ष्ममात्रिक तत्व तथा कुछ प्रदूषणकारी तत्व यथा Cd, Pb Cr आदि मिट्टी में प्रवेश पाकर पौधों द्वारा ग्रहीत हो सकते हैं इसलिये ऐसी मिट्टियों में इन प्रदूषकों की मात्रा का पता लगाने के लिए DTPA निष्कर्षक का प्रयोग उचित समझा गया। चूंकि मिट्टी में प्रविष्ट होने वाले Cd तथा Pb इन दो तत्वों की नियति के विषय में कोई सूचना उपलब्ध नहीं है इसलिये इन दोनों तत्वों को अलग-अलग तथा सम्मिलित रूप में मिट्टी में प्रचुर मात्रा में मिलाकर, कई फसलें लगातार उगाकर, अन्त में मिट्टी में इनकी उपलब्धि के विषय में जानकारी प्राप्त करने को लक्ष्य बनाकर यह अध्ययन शुरू किया गया।

प्रयोगात्मक

प्रक्षेत्र के छोटे-छोटे खंड (1 मीटर^2) बनाकर उनके Cd तथा Pb को विलेय रूप में मिलाया गया। प्रत्येक खंड में डाले गये Cd की मात्रायें 0, 25, 50, 100 मिग्रा प्रति किलोग्राम मिट्टी थीं। इसी तरह Pb की मात्राएं 0, 100, 200 तथा 400 मिग्रा० प्रति किलोग्राम मिट्टी रखी गयीं। इन मात्राओं को सम्मिलित रूप में भी डाला गया। प्रयोग की डिजाइन फैक्टोरियल थी जिसमें 16 उपचार थे और तीन पुनरावृत्तियाँ थीं। इन उपचारित खंडों में क्रमशः पाँच फसलें उगाई गईं। इन फसलों को काट लेने के बाद मिट्टी के नमूने लिये गये और उनमें Cd तथा Pb की मात्राएं एटामिक एब्जार्प्सन स्पेक्ट्रोफोटोमीटर (AAS) द्वारा ज्ञात की गईं। प्राप्त परिणाम सारणी 2 तथा 3 में दिये गये हैं। प्रक्षेत्र की मिट्टी के भौत-रासायनिक गुण सारणी 1 में अंकित हैं।

परिणाम तथा विवेचना

सारणी 2 तथा 3 से स्पष्ट है कि डाले गये Cd तथा Pb के फलस्वरूप मिट्टी में DTPA-निष्कर्षणीय Cd तथा Pb की मात्रा में वृद्धि हुई। यही नहीं, अलग-अलग डाले जाने पर Cd की अधिक मात्रा निष्कर्षित हुई जबकि Pb की कम। किन्तु जब Cd तथा Pb को एकसाथ मिलाया गया (Cd×Pb) तो DTPA-निष्कर्षणीय Cd तथा Pb की उच्चतर मात्राएं प्राप्त हुईं।

ऐसा प्रतीत होता है कि Pb की तुलना में Cd मिट्टी द्वारा अधिक शिथिलतापूर्वक बद्ध होता है इसीलिए Cd की अधिक मात्रा निष्कर्षित होती है। पैटर्सन[2] को भी ऐसे ही परिणाम प्राप्त हुए हैं। हैसलर[3] का भी मत है कि Zn, Co, Ni तथा Cu की तुलना में Pb अधिक मजबूती से मिट्टी द्वारा अभिग्रहीत होता है।

Pb की अधिक निष्कर्षणीयता का एक अन्य कारण यह हो सकता है कि मिट्टी में Cd के जो यौगिक बनते हैं वे अधिक घुलनशील होते हैं जबकि Pb के यौगिक कम। कमेई तथा वाटानबे ने मिट्टी में विविध धातुओं की विलेयता का विस्तृत अध्ययन के बाद ऐसे निष्कर्ष प्राप्त किये हैं। यही कारण है कि मिट्टी की कोई भी निष्कर्षण विधि सदैव अधिक मात्रा में Cd को निष्कर्षित करेगी।

सारणी 1

फार्म की मिट्टी के कुछ भौत-रासायनिक गुणधर्म

पी-एच	7.7
गठन	दोमट
क्षेत्रधारिता (%)	12.5
CEC मिलीतुल्य/100 ग्राम मिट्टी*	11.38
कार्बनिक कार्बन (%)	0.6
कार्बनिक पदार्थ (%)	1.10
कुल नाइट्रोजन (%)	0.08
उपलब्ध N (%)	0.021
C : N अनुपात	7.5
उपलब्ध P (%)	0.0016
उपलब्ध K (%)	0.011
विनिमेय Ca मिलीतुल्य/100 ग्राम मिट्टी	5.2
विनिमेय Mg ,, ,,	2.2
DTPA-Cd	0.35 ppm
DTPA-Pb	0.81 ppm
DTPA-Fe	76.20 ppm
DTPA-Zn	2.51 ppm
DTPA-Mn	15.27 ppm
DTPA-Cr	2.22 ppm

* नवीन इकाई (C mol (P+) Kg^{-1})

सारणी 2

विभिन्न फसलों के बाद DPTA-निष्कर्षणीयता

क्रमांक	उपचार (mg/Kg)	मिट्टी में Cd सान्द्रता (mg/Kg मिट्टी)				
		मक्का	शलजम	पालक	मूंग	मेथी
1.	Pbo+Cdo	0.23	0.19	0.14	0.20	0.14
2.	+Cd25	0.53	1.88	1.00	1.15	1.00
3.	+Cd50	1.90	1.65	1.35	1.50	1.10
4.	+Cd100	4.10	3.47	2.45	2.41	1.30
5.	Pb100+Cdo	0.43	0.36	0.13	0.15	0.13
6.	+Cd25	1.66	1.22	1.40	1.60	1.00
7.	+Cd50	1.95	1.68	1.90	1.95	1.10
8.	+Cd100	4.50	3.70	2.50	2.45	1.25
9.	Pb200+Cdo	0.65	6.43	0.30	0.35	0.15
10.	+Cd25	1.75	1.35	1.45	1.65	1.15
11.	+Cd50	1.95	1.78	2.00	2.10	1.10
12.	+Cd100	4.22	3.85	2.65	2.80	1.50
13.	Pb400+Cdo	0.86	0.64	0.60	0.60	0.20
14.	+Cd25	1.62	1.47	1.50	1.68	1.10
15.	+Cd50	2.00	1.82	2.10	2.37	1.20
16.	+Cd100	4.43	4.18	3.00	3.10	1.65

सारणी 3

विभिन्न फसलों के बाद मिट्टी में DTPA-Pb की मात्रा

क्रमांश	उपचार (mg/kg)	मिट्टी में Pb सान्द्रता (mg/kg मिट्टी)				
		मक्का	शलजम	पालक	मूंग	मेथी
1.	Pbo+Cdo	0.56	0.46	0.62	0.48	0.67
2.	+Cd25	0.72	0.55	0.65	0.62	0.68
3.	+Cd50	1.21	0.98	0.90	0.92	0.92
4.	+Cd100	2.45	1.87	1.00	1.25	1.15
5.	Pb100+Cdo	3.51	2.44	1.00	1.30	1.15
6.	+Cd25	4.11	3.00	1.10	1.25	1.22
7.	+Cd50	5.22	3.92	1.27	1.30	1.22
8.	+Cd100	7.65	4.15	1.55	1.50	1.25
9.	Pb200+Cdo	8.95	4.95	1.52	1.51	1.23
10.	+Cd25	9.11	5.42	1.73	1.82	1.25
11.	+Cd50	9.43	4.65	2.11	2.10	1.36
12.	+Cd100	9.69	5.77	2.75	2.70	1.95
13.	Pb400+Cdo	10.60	5.96	2.70	2.68	1.00
14.	+Cd25	10.62	6.22	2.83	2.90	1.10
15.	+Cd50	10.73	7.10	3.17	3.23	1.12
16.	+Cd100	11.58	8.93	4.15	3.41	2.13

प्रत्येक फसल के बाद DTPA-निष्कर्षणीय Cd तथा Pb घटता जाता है जो यह बतलाता है कि मिट्टी में से उपलब्ध Cd तथा Pb की कुछ मात्रा पौधों द्वारा गृहीत होती है तथा कुछ मात्रा अनुपलब्ध रूप में परिणत होती जाती है। किन्तु Pb की अधिक मात्रा डालने पर Cd की अधिक मात्रा का निष्कर्षित होना यह बताता है कि Pb के कारण ही Cd की निष्कर्षणीयता बढ़ी है। Cd×Pb अन्योन्य क्रिया के फलस्वरूप Cd की अधिक मात्रा का निष्कर्षित होना इसका संकेत है कि यदि मृदा में प्रदूषकों के रूप में ये दोनों तत्व हों और यदि Pb की मात्रा Cd से अधिक हो तो अधिक Cd फसलों के के लिए उपलब्ध होगा। Cd का विषाक्त प्रभाव सुविदित है। ऐसी स्थिति में मिट्टी में Pb संचयन होने देने से बचना चाहिए।

निर्देश

1. लिंडसे, डब्लू० एल० तथा नार्वेल, डब्लू० ए०, Soil. Sci. Soc. Amer. 1978, 421-428.
2. पैटर्सन, जे० बी०, Technol. Bull. Min. Agric. Fish Food, 1971, **21**, 193-207.
3. हैसलर, ए०, Mitt. Labensm Hyg. (Bern), 1943, **34**, 79-90.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 35, No. 4, 1992

लीगेण्ड्र प्रसार के नार्लुन्ड माध्य द्वारा एक फलन के सन्निकटन की कोटि

आशुतोष पाठक तथा मनीशा सकल्ले
गणित अध्ययन शाखा, विक्रम विश्वविद्यालय, उज्जैन (म० प्र०)

[प्राप्त—मार्च 15, 1990]

सारांश

प्रस्तुत प्रपत्र में हम किसी फलन की सन्निकटन कोटि पर एक परिणाम को इसके लीगेण्ड्र प्रसार का उपयोग करते हुए सिद्ध करेंगे जो फूरियर श्रेणी के लिए पोरवाल के संगत है।

Abstract

On the degree of approximation of a function by the Norlund means of Legendre expansion. *By* Ashutosh Pathak and Maneesha Sakalle, School of Studies in Mathematics, Vikram University, Ujjain (M. P.)

In the present paper we prove a result on the degree of approximation of a function using is Legendre expansion corresponding to Porwal's result for Fourier series.

1. माना कि $f(x)$ $(0, \pi)$ परास में लेबेस्क समाकलनीय फलन है। इस फलन से सम्बद्ध लैंगिक श्रेणी को (1.1) द्वारा दिया जाता है—

$$f(\theta) \sim \sum_{n=0}^{\infty} \hat{f}(n)\ P_n(\cos\theta) \tag{1.1}$$

जहाँ $P_n(\cos\theta)$ nवाँ लीगेण्ड्र बहुपद है तथा

$$\hat{f}(n) = \frac{2n+1}{2} \int_0^{\pi} f(\phi)\ P_n(\cos\phi) \sin\phi\ d\phi \tag{1.2}$$

(1.1) के प्रथम n-पदों को आंशिक योगफल (θ) (1.3) के द्वारा दिया जाता है

$$S_n(\theta)=\sum_{k=0}^{n} \hat{f}(K)\, P_k\,(\cos\,\theta) \tag{1.3}$$

सम्बन्ध (1.2) से हम पाते हैं कि

$$S_n(\theta)=\sum_{k=0}^{n} \frac{(2K+1)}{2}\, f(\phi)\, P_k\,(\cos\,\phi)\, P_k\,(\cos\,\phi)\,\sin\,\phi\, d\,\phi \tag{1.4}$$

यह भलीभांति ज्ञात है कि[1]

$$P_k(\cos\,\theta)\, P_k(\cos\,\phi)=\int_0^{\pi} P_k(\cos\,\psi)\, K(\theta,\,\phi,\,\psi)\,\sin\,\psi\, d\,\psi \tag{1.5}$$

जहाँ $K(\theta, \phi, \psi)$ अनृण तथा सममित फलन है θ, ϕ, ψ का एवं निम्नवत् परिभाषित होता है।

$$K(\theta.\,\phi,\,\psi)=[1-\cos^2\theta-\cos^2\phi-\cos^2\psi+2\cos\theta\cos\phi\cos\psi]^{1/2} \tag{1.6}$$

तथा

$$\int_0^{\pi} K(\theta,\,\phi,\,\psi)\,\sin\,\psi\, d\psi=1 \tag{1.7}$$

$$\therefore\quad S_n(\theta)=\sum_{k=0}^{n}\frac{(2K+1)}{2}\int_0^{\pi}\int_0^{\pi} f(\phi)\, K(\theta,\,\phi,\,\psi)\, P_k(\cos\,\psi)\,\sin\,\phi\,\sin\, d\phi\, d\psi$$

$$=\sum_{k=0}^{n}\frac{(2K+1)}{2}\int_0^{\pi} T_{\phi}\, f(\theta)\, P_k(\cos\,\psi)\,\sin\,\psi\, d\psi$$

$$=T\, f(\theta)\left[\frac{d}{dx}\Big\{P_n(x)+P_{n+1}(x)\Big\}\right]\sin\,\psi\, d\psi, \tag{1.8}$$

$$x=\cos\,\psi$$

जहाँ

$$\sum_{k=0}^{n}\frac{(2K+1)}{2}\, P_k\,(\cos\,\psi)$$

$$=\frac{d}{dx}\,\{P_n(x)+P_{n+1})\} \tag{1.9}$$

$$n=\cos\,\psi$$

तथा

$$T_{\psi}\, f(\theta)=\int_0^{\pi} f(\phi)\, K(\theta,\,\phi,\,\psi)\,\sin\,\phi\, d\phi \tag{1.10}$$

(1.1) का नार्लुन्ड माध्य निम्नवत् लिखा जाता है

$$t_n(\theta)=\frac{1}{P_n}\sum_{k=0}^{n} p_k\, S_{n-k}(\theta)$$

$$=\frac{1}{P_n}\int_0^{\pi} T_\psi f(\theta) \sum_{k=0}^{n} p_k \left[\frac{d}{dx}\left\{P_{n-k}(x)+P_n-k+1\ (x)\right\}\right]\sin\psi\, d\psi$$

$$x=\cos\psi$$

$$=\int_0^{\pi} T_\psi f(\theta)\, N_n(\psi)\sin\psi\, d\psi$$

जिसका **यह** अर्थ होता है कि

$$t_n(\theta)-f(\theta)=\int_0^{\pi}\{T f(\theta)-f(\theta)\}\, N_n(\psi)\sin\psi\, d\psi$$

$$t_n(\theta)-f(\theta)=\int_0^{\pi} W(\psi)\, N_n(\psi)\sin\psi\, d\psi, \tag{1.11}$$

जहाँ

$$W(\psi)=T_\psi)\, f(\theta)-f(\theta)$$

2. फ्लेट[2] ने निम्नलिखित प्रमेय को उसकी फूरियर श्रेणी के चेजारो माध्यों द्वारा फलन के सन्निकटन की कोटि पर सिद्ध किया है।

प्रमेय A : माना $0<\alpha<1$, $0<\delta<\pi$ एवं यदि x ऐसा बिन्दु है कि

$$\int_0^t |d\theta(u)|\leqslant At^{\alpha}, \tag{2.1}$$

जहाँ $0\leqslant s\leqslant\delta$, तो $\sigma_n{}^{\alpha}(x)-f(x)=O(n^{-\alpha})$

प्रमेय B : माना कि

$$0<\alpha<1,\ 0\leqslant\beta\leqslant1,\ 0\leqslant\delta\leqslant\pi,\ k\geqslant(\alpha-\beta).$$

यदि x ऐसा विन्दु है कि

$$A_n(x)=0(n^{-B}) \tag{2.3}$$

जहाँ $An(t)$ nवाँ पद है $f(t)$ की फूरियर श्रेणी का तथा

$$\int_0^t |d\phi(u)|\leqslant At^{\alpha}, \tag{2.4}$$

जहाँ $0\leqslant t\leqslant\delta$ तो

$$\sigma_n{}^{\alpha}(x)-f(x)=0(n^{-\alpha}) \tag{2.5}$$

वस्तुतः श्रेणी की नार्लुन्ड संकलनीयता के लिए पोरवाल ने[5] निम्नलिखित प्रमेय प्लेट के अधिक दुर्बल प्रतिबन्ध के अन्तर्गत सिद्ध किया है।

$$\psi(x, t)=\int_t^{\delta} |\phi(u)| P \frac{(1/u)}{u} du=O(1) \tag{2.6}$$

जहाँ (p_n) असली संख्या का एक धनात्मक तथा अवर्धमान अनुक्रम है। तब

$$t_n(x)-f(x)=O\left(\frac{1}{P_n}\right) \tag{2.7}$$

$[-\pi, \pi]$ में x के लिए समान रूप से लागू होता है।

प्रस्तुत प्रपत्र में हम एक फलन के सन्निकटन की कोटि को उसके लीगेण्ड्र प्रसार द्वारा प्राप्त करेंगे। वस्तुतः हम निम्नलिखित प्रमेय सिद्ध करेंगे।

प्रमेय : यदि

$$\phi(t)=\int_t^{\delta} \frac{w(u) P(1/u)}{u^{3/2}} du=O(1) \tag{2.8}$$

तो

$$t_n(x)-f(x)=O\left(\frac{1}{P_n}\right) \tag{2.9}$$

3. प्रमेय की उपपत्ति के लिए हमें निम्नलिखित प्रमेयिकाओं की आवश्यकता होगी।

प्रमेयिका 1 : यदि

$$\int_t^{\delta} \frac{w(u) P(1/4) du}{u^{3/2}}=O(1)$$

तो

$$\int_0^t w(u) du=O\left(\frac{t^{3/2}}{P_n}\right) \text{ ज्यों-ज्यों } t\to 0 \tag{3.1}$$

उपपत्ति : माना कि

$$\phi(t)=\int_t^{\delta} \frac{w(u) P(1/4)}{u^{3/2}} du=O(1)$$

तो इसका अर्थ यह होता है कि

$$-\frac{1}{P_n}\int_0^t t\, \phi'(u) u^{3/2} du= \int_0^t w(u) du$$

खण्डशः समाकलन करने पर

$$\frac{1}{P_n}\Big[\phi(u)\ u^{3/2}\Big]_0^t+\frac{1}{P_n}\int_0^t \phi(u) u^{1/2} du$$

$$\frac{O(1)\,u^{3/2}}{P_n}+\frac{1}{P_n}\int_0^t \frac{O(1)\,u^{1/2}}{P_n}\,du=w(u)\,du$$

इस तरह

$$\int_0^t w(u)\,du=O\left(\frac{t^{3/2}}{P_n}\right)$$

प्रमेयिका 2 : यदि (P_n) अनृण तथा अवर्धमान अनुक्रम हो तो $0\leqslant a\leqslant b<\infty$ के लिए $0\leqslant t\leqslant\pi$ तथा कोई n,

$$\left|\sum_{k=a}^{b} p_k\, e^{i(n-k)t}\right| \leqslant A\, P_\tau \tag{3.2}$$

$$(\tau=1/t)$$

जहाँ A एक परम अचर है। इस प्रमेयिका की उपपत्ति मकफैडेन[8] की ही तरह होती है।

प्रमेयिका 3 : यदि $0\leqslant t\leqslant\pi/n$, तो

$$N_n(t)\sin t=O(nt)$$

उपपत्ति : $0\leqslant t\leqslant\pi/n$ के लिए $\sin t\leqslant t/\pi$.

$$\therefore\; N_n(t)=\frac{1}{P_k}\,\Sigma p_k\,\frac{\sin(n-k+\frac{1}{2})^t\,\sin t}{\sin^{t/2}}$$

$$=\frac{1}{P_n}\,\Sigma p_k t\,\frac{(n-k+\frac{1}{2})^t}{t/2}$$

$$=O(nt) \tag{3.3}$$

प्रमेयिका 4 : यदि $\pi/n\leqslant t\leqslant\pi$ तथा $\{p_k\}$ अनृण तथा अवर्धमान अनुक्रम हो तो

$$|\,N_n(t)\,|=\frac{1}{P_n}\left|\sum_{k=0}^{n} p_k\;\frac{\sin\,(n-k+1)^t}{\sin\,t/2}\right.=O\left[\frac{P_\tau}{t\,P_o}\right] \tag{3.4}$$

उपपत्ति : हमें प्राप्त है :

$$1\;N_n(t)=\frac{1}{P_n}\left|\sum_{k=0}^{n} p_k\,\frac{\sin\,(n-k+1)^t}{\sin\,t/2}\right|$$

$$\leqslant\frac{1}{P_n\,|\sin\,t/2\,|}\left|\,I_m\sum_{k=0}^{n} P_k\exp\, i(n-k+1)^t\right|$$

$$\leqslant \frac{1}{P_n \mid \sin t/2 \mid} \mid I_m\{e^{it} \sum_{k=0}^{n} P_k \exp i(n-k)^t\} \mid$$

$$=0\left[\frac{P_\tau}{t\, P_n}\right]$$

[प्रमेयिका 2 से]

प्रमेयिका 5 : यदि $\pi-\pi/n \leqslant t \leqslant \pi$ तो

$$N_n(t)=0[n \sin t] \tag{3.5}$$

उपपत्ति : माना कि

$$N_n(\psi)=\frac{1}{P_n} \sum_{k=0}^{n} P_E \{\sum_{j=0}^{n-k} \frac{(j2+1)}{2} P_j (\cos t)\}$$

$$=\frac{1}{P_n} \sum_{k=0}^{n} P_k \{P'_{n-k+1} (x)+P_{n-k} (x)\} \sin t$$

$$x=\cos t$$

$$=\frac{1}{P_n} \sum_{k=0}^{n} P_k\, 0(n) \sin t$$

$$=0(n. \frac{1}{P_n} \sum_{k=0}^{n} P_k) \sin t$$

$$=(n \sin t)$$

प्रमेयिका 6 : यदि $\pi/n \leqslant t \leqslant \pi-\pi/n$ तो

$$N_n(t) \sin(t)=0\left(\frac{P_\tau\, n^{1/2}}{t^{1/2}\, P_n}\right)+0\left(\frac{n^{-1/2}\, P_n}{P_n\, t^{3/2}}\right) \tag{3.6}$$

उपपत्ति : हम जानते हैं कि $\alpha=\beta=0$, के लिए, $\pi/n \leqslant t \leqslant \pi-1/n$ के लिए $P'_n(\cos t)$ के लिए उपगामी सूत्र का प्रयोग करने पर हमें प्राप्त होता है ।

$$\sum_{j=0}^{k} \frac{(2j+1)}{2} P_j (\cos t)=1/2\, \pi^{-1/2}\, n^{1/2} \sin t)^{-1/2} \cos t)^{-1/2}$$

$$[I_m\, e^{i(k+1/2}\, (t-\pi/4)\, (1+\cos t)+Re\, e^{i(k+1/2)\, (t-\pi/4)} \sin t$$

$$+0[n^{-1/2}\, (\sin t)^{-1}\, (\cos t/2 \sin t|2)^{-1/2}]$$

$$\therefore \quad N_n(t)\sin(t)=\frac{1}{P_n}\sum_{k=0} P_k \sum_{j=0}^{n-k}(2j+1)\,P_j(\cos t)\sin t$$

$$=\frac{1}{P_n}\sum_{k=0}^{n} Pk(n-k)^{1/2}(\sin t/2)^{-1/2}(\cos t/2)^{1/2}$$

$$=[\{I_m\, e^{2(n-k+1/2)(t-\pi/4)}\,(1+\cos t)\}+\{Re\, e^{[(n-k+1/2)(t-\pi/2)]}\sin t\}$$

$$+\frac{1}{P_n}\Sigma\, p_k(n-k)^{-1/2}(\sin t)^{-1}(\sin t/2)^{-1/2}(\cos t/2)^{-1/2}$$

प्रमेयिका 2 से हमें प्राप्त होता है

$$=0\left(\frac{P_\tau\, n^{1/2}}{t^{1/2}\, P_n}\right)+0\left(\frac{n^{1/2}\, P_\tau}{t^{1/2}\, \mathrm{P}_n}\right)+0\left(\frac{n^{-1/2}\, P_\tau}{P_n\, t^{3/2}}\right)$$

$$=0\left[\frac{P_\tau\, n^{1/2}}{t^{1/2}\, P_n}\right]+0\left[\frac{n^{-1/2}\, P_\tau}{P_n\, t^{3/2}}\right]$$

4. प्रमेय की उपपत्ति : हम जानते हैं कि

$$t_n(\theta)-f(\theta)=\int_0^{\pi} w(\psi)\, N_n(\psi)\, d\psi$$

$$=\left\{\int_0^{\pi/n}+\int_{\pi/n}^{\pi-\pi/n}+\int_{\pi-\pi/n}^{\pi} W(\psi)\, N_n(\psi)\, d\psi\right.$$

$$=I_1+I_2+I_3 \text{ माना} \tag{4.1}$$

जहाँ

$$I_n=\int W(\psi)\, N_n(\psi)\, d\psi$$

$$I_1=0\left[\frac{n(t\,3/2)}{P_n}\right]_0^{\pi/n}$$

$$=0\left(\frac{1}{P_n}\right) \tag{4.2}$$

अब I_3 पर विचार करें,

$$I_3=\int_{\pi-\pi/n}^{\pi} W(\psi)\, N_n(\psi)\, d\psi$$

$\psi=\psi-\pi/n$ रखने पर

$$I_3=\int_0^{\pi/n} W(\psi-\pi/n)\, N_n(\psi)\, d\psi$$

$$=0\left[n\int_0^{\pi/n} W(\psi-\pi)\, d\psi\right]$$

$$=0\left[\frac{1}{P_n}\right] \tag{4.3}$$

अन्त में हम I_2 विचार करते हैं

$$I_2=\int_{\pi/n}^{\pi-\pi/2} W(\psi)\, N_n(\psi) \sin\psi\, d\psi$$

प्रमेयिका 5 से हमें प्राप्त होता है कि

$$I_2=0\left[\frac{n^{1/2}}{P_n}\int_{\pi/n}^{\pi-\pi/n} \frac{|W(\psi)|\, P(1/\psi)\, d\psi}{\psi^{1/2}}\right]$$

$$+0\left[\frac{1}{n^{1/2}\, P_n}\int_{\pi/n}^{\pi-\pi/n} \frac{W(\psi)\, P(1/\psi)\, d\psi}{\psi^{3/2}}\right]$$

$$=0\left[\frac{n^{1/2}}{P_n}\int_{\pi/n}^{\pi-\pi/n} \frac{W(\psi)\, P(1/\psi)\, d\psi}{\psi^{3/2}}\right]$$

$$+0\left[\frac{1}{n^{1/2}\, P_n}\int_{\pi/n}^{\pi-\pi/n} \frac{W(\psi)\, P(1/\psi)\, d\psi}{\psi^{3/2}}\right]$$

अपनो संकल्पना से हमें प्राप्त होता है कि

$$I_2=0\left(\frac{1}{P_n}\right) \tag{4.4}$$

(4.2), (4.3) एवं (4·4) को मिलाने पर हमें परिणाम की प्राप्ति होती है ।

निर्देश

1. ऐस्की, आर० तथा वैंगर, एस०, Amer. Journ. Math., 1969, *X. C. I.* (2), 463-415.
2. कास, फ्रैंक पी०, Math. E., 1969, **112**, 357-363.
3. फ्लेट, टी० एम०, Quart. Journ. Maths, 1956, **1**, 81-85.
4. मैकफैडेन, एल०, Duke Mathematical Journ., 1942, 9.
5. पोरवाल, जे० पी०, पी-एच० डी० थीसिस, विक्रम विश्वविद्यालय, उज्जैन, 1975.
6. सिद्दीकी, ए० एच०, 36th conference IMS Madurai, 1970.
7. जेगो, जी०, Orthogonal Polynomials, A. M. S. Colloquiuim, Fublication, न्यूयार्क, 1959.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 35, No. 4, 1992

काँटेदार पौधों पर बया पक्षी द्वारा नीडारोपण

सतीश कुमार शर्मा

आरबोरीकल्चरिस्ट, विश्व वानिकी वृक्ष उद्यान, जयपुर-302004

[प्राप्त—अगस्त 31, 1992]

सारांश

बया पक्षी (Baya Weaver Bird-*Ploceus philippinus Linn.*) भारत में जाना-पहिचाना पक्षी है। भारत में 41 ऐसे पौधों की जानकारी थी जिन पर बया पक्षी घोंसले रखता है। हाल ही में अध्ययन के दौरान पाया कि अकेले राजस्थान प्रान्त में ही 84 प्रजातियों के पौधों पर बया के घोंसले पाये जाते हैं जिनमें 29 प्रजातियाँ काँटेदार पौधों की हैं।

Abstract

Nesting by Baya Weaver Bird on armed plants. *By* Satish Kumar Sharma, Arboriculturist, World Forestry Arborstum, Jaipur-302004.

Baya Weaver Bird (*Ploceus philippinus Linn.*) is a well known species in Indian subcontinent. Till recent past as many as 41 plant species were observed in India which are preferred for nesting by Baya. However it has been concluded by our studies that in Rajasthan alone as many as 84 plant species are opted by Baya for hanging the nests, out of which 29 species are morphologically armed ones.

वर्तमान शताब्दी में बया पक्षी पर भारत में विलक्षण अनुसन्धान हुए हैं। इन्हीं अनुसन्धानों का परिणाम है कि आज हमारे पास बया पक्षी के सम्बन्ध में प्रचुर जानकारी उपलब्ध है। बया पक्षी से सम्बन्धित अनेक पहलुओं में से एक पहलू है—नीडारोपण हेतु वनस्पतियों का चुनाव। बया पक्षी जिन पौधों पर घोंसले रखता है उनका व्यापक सर्वेक्षण भारत में किया गया है। किर्कपैट्रिक[5], मैथ्यू[6], अम्बेदकर[2], अली[1], डेविस[3,4], शर्मा[7,9] आदि ने बया पक्षी द्वारा भारत में नीडारोपण हेतु पसन्द किये जाने वाले पौधों की सूचना दी है। डेविस[3] ने बया द्वारा नीडारोपण हेतु पसन्द किये जाने वाले पौधों पर विशद अध्ययन किया एवं बताया कि इस पक्षी द्वारा भारत में 40 प्रजातियों के पौधों पर

घोंसले लटकाये जाते हैं। अकेले उत्तर प्रदेश में ही 25 प्रजातियों पर घोंसले लटकते देखे गये। डेविस ने यह भी सूचित किया कि असम, बिहार, केरल तथा कर्नाटक में बबूल प्रजाति पर नीडारोपण नहीं किया जाता। असम में 84 प्रतिशत नीडारोपण सुपारी पर किया जाता है। आन्ध्र प्रदेश में 64 प्रतिशत नीडारोपण खजूर पर देखा गया। बिहार, उड़ीसा तथा दक्षिण-पश्चिमी बंगाल में बोरेसस फ्लेबैलीफर नामक ताड़ पर बया के सर्वाधिक घोंसले देखे गये। केरल, तमिलनाडु-कर्नाटक में 60 प्रतिशत घोंसले नारियल पर पाये गये। गुजरात, मध्य प्रदेश, उत्तर प्रदेश, राजस्थान, हरियाणा, पंजाब, हिमाचल प्रदेश तथा जम्मू-कश्मीर में बबूल प्रजाति पर सर्वाधिक नीडारोपण अंकित किया गया। कुल मिलाकर डेविस के अध्ययन से यह बात सामने आई कि पूर्वी तथा दक्षिणी भारत के अधिक वर्षा वाले क्षेत्रों में बबूल के बजाय अन्य पौधों को बया ज्यादा पसन्द करती है जबकि मध्य, पश्चिमी एवं उत्तरी क्षेत्रों के अपेक्षाकृत कम वर्षा वाले भू-भाग में बबूल सबसे ज्यादा पसन्द किया जाता है।

बया के नीडारोपण हेतु उपयोगी पौधों की शृंखला में एक और पौधे की खोज मैथ्यू[6] द्वारा की गई जिससे भारत में बया द्वारा नीडारोपण हेतु चयनित वनस्पति प्रजातियों की संख्या 41 तक पहुँच गई।

बया पक्षी घोंसले लटकाने हेतु जिन वनस्पतियों का चयन करता है उसका क्या आधार है यह अभी भी बहुत स्पष्ट नहीं है। प्रायः देखा गया है कि बया पक्षी काँटेदार, ऊर्ध्व तटों पर उगे, पानी में खड़े, जलाशयों के तटों पर उपस्थित, कुओं में लटकती झाड़ियाँ या ऐसे ही अन्य सुरक्षित स्थानों पर उगे वृक्षों एवं झाड़ियों को नीडारोपण हेतु चुनता है। प्रस्तुत प्रपत्र में काँटेदार वनस्पतियों पर नीडा-रोपण की स्थिति का विवेचन किया गया है।

अध्ययन क्षेत्र एवं उसकी पारिस्थितिकी

प्रस्तुत अध्ययन सम्पूर्ण राजस्थान के भौगोलिक क्षेत्र में वर्ष 1980 से 1990 तक किया गया।

राजस्थान में देश के सभी राज्यों से कम वर्षा होती है। यहाँ 100 मि० मी० से 800 मि०मी० तक वर्षा होती है जबकि अरावली तलहटी से पश्चिम में रेगिस्तानी मैदान तक 300 से 500 मि० मी० वर्षा होती है। अरावली पर्वतमाला के पूर्व में 500 से 800 मि०मी० तक वर्षा होती है जबकि अरावली की तलहटी से पश्चिम में रेगिस्तानी मैदान तक 300 से 500 मि० मी० वर्षा होती है। धुर पश्चिम में थार के रेगिस्तानी क्षेत्र में 100 से 300 मि० मी० वर्षा होती है। बया पक्षी का प्रजनन मानसूनी वर्षा से काफी प्रभावित होता है। अधिक वर्षा वाले क्षेत्रों में बया पक्षी का घनत्व अधिक देखा गया है।

राजस्थान में वर्षा बहुत कम होने से अधिकांश वनस्पतियाँ शुष्कोद्भिद (xerophytes) प्रकार की होती हैं। इन वनस्पतियों में पानी बचाने के लिए अनेक अंग काँटों में बदल कर अनुकूलन का पथ

प्रशस्त करते हैं। पौधों में काँटों की उपस्थिति का लाभ बया द्वारा उठाया जाता है तथा कंटकविहीन पौधों की तुलना में काँटेदार पौधों पर सर्वाधिक नीडारोपण किया जाता है।

अध्ययन प्रक्रिया

पैदल, साइकिल, ऊँट पर, मोटरसाइकिल, बस, मन्द गति से चलने वाली रेलों से सफर कर राजस्थान के समस्त 27 जिलों* का व्यापक सर्वेक्षण किया गया। बया पक्षी वर्षा काल में प्रजनन करता है तथा राजस्थान में अक्टूबर तक प्रजनन पूर्ण कर घोंसलों को त्याग देता है। चूंकि बया प्रधानतः कृषि क्षेत्र का पक्षी है अतः इस समय खरीफ फसल भी कटनी प्रारम्भ हो जाती है तथा खेत खाली हो जाते हैं जिससे आसानी से घोसलों वाले पौधों तक पहुँचा जा सकता है।

सर्वेक्षण के दौरान प्रतिनिधि क्षेत्रों की सड़कों, रेलवे लाइनों, नहरों आदि के दोनों ओर 50-50 मी० चौड़ी पट्टी पर नीडन हेतु प्रयुक्त हुए वृक्षों, झाड़ियों को गिना गया। उपर्युक्त के अलावा कुओं, बावड़ियों, बाँधों, जलाशयों आदि का सर्वेक्षण किया गया तथा तथा नीड बनी वनस्पति को रिकार्ड किया गया। पौधों पर काँटों की उपस्थिति या अनुपस्थिति तथा अन्य आकारिकीय गुणों को भी दर्ज किया गया।

परिणाम तथा विवेचना

अखिल राजस्थान सर्वेक्षण के दौरान पाया गया कि बया पक्षी द्विबीज पत्ती पौधों के 32 कुलों (Families) के 61 वंशों (Genera) की 79 प्रजातियों (Species) पर तथा एकबीजपत्री पौधों के 2 कुलों के 5 वंशों की 5 प्रजातियों पर घोंसले लटकाता है। इस प्रकार अकेले राजस्थान में पौधों की 84 प्रजातियों पर बया का नीडारोपण पाया गया। सम्पूर्ण भारत में जहाँ 41 प्रजातियों के पौधों पर बया के घोंसले देखे गये उसकी तुलना में अकेले राजस्थान में दुगुनी से ज्यादा प्रजातियों का नीडारोपण हेतु उपयोग होना आश्चर्यजनक लगता है।

अध्ययन के दौरान कुल 6818 ऐसे पौधे गिने गये जिन पर बया पक्षी के घोंसले लटके हुए थे। इनमें कंटकयुक्त तथा कंटकविहीन पौधों की सांख्यिकी सारणी 1 में दी गई है।

उपर्युक्त सारणी से स्पष्ट है कि 92.73 प्रतिशत घोंसले काँटेदार वनस्पति पर लटकाये जाते हैं। चूँकि राजस्थान में काँटेदार पौधों की बहुलता है एवं सुरक्षा की दृष्टि से ये पौधे बहुत ही उपयुक्त सिद्ध होते हैं अतः बया पक्षी अधिकांशतः काँटेदार वृक्षों एवं झाड़ियों को नीडारोपण हेतु चुनता है। तीक्ष्ण काँटों के कारण अनेक परभक्षी, विशेष कर स्थलीय परभक्षी तथा घोंसलों को नष्ट करने वाले शत्रु जैसे मनुष्य, बन्दर आदि भी दूर बने रहते हैं।

---

* वर्तमान में राजस्थान में 30 जिले हैं।

सारणी 1

बया द्वारा काँटेदार पौध्रों पर नीडारोपण

पौधों का प्रकार	नीडारोपण में प्रयुक्त वृक्षों-झाड़ियों की संख्या	
	प्रजातियों की संख्या	पौधों की संख्या
(i) काँटेदार	29	6323
(ii) कंटक विहीन	55	395
योग	84	6818

राजस्थान में निम्नलिखित कंटकीय पौधों पर नीडारोपण किया जाता है :

1. *Acacia catechu* : खैर
2. *Acacia jacquemontii* : गूली बौंली
3. *Acacia leucophloea* : रौंझ
4. *Acacia nilotica* sub sp. *indica* : देशी बबूल
5. *Acacia nilotica* sub sp. *cupressiformis* : सूलीया बबूल
6. *Acacia pennata* : ऐला
7. *Acacia senegal* : कुमठा
8. *Acacia tortilis* : इजरायली बबूल
9. *Aegle marmelos* : बेलपत्र
10. *Alangium salvifolium* : आकोल
11. *Balanites aegyptica* : हिंगोट
12. *Capparis decidua* : करील
13. *Capparis sepiaria* : हींस जाल
14. *Citrus medica* : नींबू

15. *Dichrostachys cinerea* : गोया खैर
16. *Diospyros montana* var. *cordifolia* : विष तेंदू
17. *Lantana indica* : बेशर्म
18. *Limonia acidissima* : कैथ
19. *Maytenus emarginata* : कंकेड़ा
20. *Parkinsonia aculeata* : पार्किन्सोनिया
21. *Phoenix sylvestris* : खजूर
22. *Pithecellobium dulce* : जंगल जलेबी
23. *Prosopis chilensis* : विलायती बबूल
24. *Prosopis cineraria* : खेजड़ी
25. *Rhus mysurensis* : डाँसर
26. *Securinega leucopyrus* : धौलिया
27. *Zizyphus mauritiana* : बड़बेर
28. *Zizyphus nummularia* : झाड़ी बेर
29. *Zizyphus mauritiana* cultivar *umran* : उमरान बेर

उपर्युक्त सभी प्रजातियों में विभिन्न प्रकृति के काँटे होते हैं जिनकी आकारिकीय उत्पत्ति में भिन्नता होती है परन्तु उद्देश्य एक ही होता है—पौधे को उसके आवास में जीने में मदद करना।

राजस्थान के पड़ोसी राज्यों में अपेक्षाकृत अधिक वर्षा होती है अत: वहाँ समोद्भिद पौधे (Mesophytes) पनपते हैं जिनमें काँटों का अभाव रहता है। सम्भवत: काँटोंरहित पौधों को सुरक्षा की दृष्टि से बया पक्षी ज्यादा उपयुक्त नहीं समझता। राजस्थान प्रान्त में काँटेदार पौधों की बहुलता नीडारोपण हेतु अधिक सुरक्षित आवास सिद्ध होती है। समोद्भिद पौधों की पत्तियाँ अपेक्षाकृत बड़े आकार की होती हैं जिससे पौधे का छत्र (Crown) सघन हो जाता है। सघन छत्रों में प्राय: बया पक्षी घोंसले रखना पसन्द नहीं करता क्योंकि नर बया को अपने अधूरे घोंसलों को मादा के समक्ष प्रदर्शित कर स्वीकृति लेनी होती है एवं सघन छत्रों में नीड कॉलोनी स्पष्ट नहीं दिखायी पड़ती अत: 'प्रदर्शन'

एवं 'विज्ञापन' में बाधा पहुँचती है (शर्मा, प्रेस में)[10]। काँटेदार पौधों में पत्तियाँ छोटे आकार की होती हैं। अधिकांश में पत्तियाँ पिच्छकीय संयुक्त (Pinnately Compound) होती हैं जिनसे सूत्र प्रायः सघन नहीं बन पाते। काँटेदार पौधों के छत्रों में पर्याप्त प्रकाश की पहुँच होने से घोंसले अधिक स्पष्टता से नजर आते हैं अतः निरीक्षण के दौरान मादा दूर से ही नीड कॉलोनी की स्थिति का ज्ञान प्राप्त कर लेती है। फलतः मादाओं को घोंसलों की ओर आकर्षित करने में नरों को सफलता मिलती है। एक मादा घोंसलों के पास पहुँच जाती है तो नर अपने संगीत तथा 'प्रदर्शन मुद्राओं' से मादा को रिझाने का प्रयत्न करता है।

संक्षेप में यह कहा जा सकता है कि बया पक्षी कंटकरहित समोद्भिद पौधों की तुलना में काँटेदार मरुद्भिद पौधों पर घोंसला बनाने की प्रवृत्ति दिखाता है। सम्भवतः इसी कारण राजस्थान में इतने अधिक प्रकार की वनस्पतियों पर बया घोंसले लटकाता है। अन्य प्रान्तों में अच्छी वर्षा होने के कारण पेड़ों की सघनता भी ज्यादा है जबकि बया को नीडारोपण हेतु खुलेपन की आवश्यकता होती है। राजस्थान में कम वर्षा के कारण पेड़ों की सघनता कम होती है तथा दूर-दूर छितरे वृक्ष पाये जाते हैं। वर्षा में पनपी घास घोंसले बनाने हेतु सामग्री का उत्तम स्रोत बन जाती है तथा राजस्थान का भू-भाग प्रजनन हेतु उत्तम क्षेत्र बन पड़ता है। सम्भवतः अधिक खुलेपन के कारण भी पौधों की इतनी विविधता नीडारोपण हेतु उपयुक्त सिद्ध होती है।

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखक राजस्थान विश्वविद्यालय के डॉ० शिव शर्मा, डॉ० प्रभाकर जोशी तथा वन विभाग, राजस्थान के उन सभी कर्मचारियों एवं अधिकारियों का आभारी है जिन्होंने इस अध्ययन में अनेक प्रकार से सहयोग दिया है।

निर्देश

1. अली, एस० : The nesting habits of the Baya (*Ploceus philippinus*). JBNHS, 1931, **34**, 947-64.

2. अम्बेदकर, वी० सी० : Abnormal nests of the Baya Wearver Bird *Ploceus philippinus* (Linn.) JBNHS, 1980, 75, 1205-11.

3. डेविस, टी० ए० : Selection of nesting trees and the frequency of nest visits by Baya Weaver Bird. JBNHS, 1974, **71**(3), 356-66.

4. वही "Blind" or "Closed" nests of Baya Weaver Bird. JBNHS, 1985, **82**(3), 658-660.

5. किर्कपैट्रिक, के० एम० : Peculiar roosting site of the House Swift (*Micropus affinis*) JBNHS, 1950, **49**, 551-52.

6. मैथ्यू, डी० एन० : The ecology of the Baya in Rajampet Cuddapah, district, Andhra Pradesh. JBNHS, 1972, 69(1), 188-91.

7. शर्मा, एस० के० : Host plants used by Baya Weaver Bird (*Ploceus philippinus* Linn.) for nesting in Eastern Rajasthan, JBNHS, 1987, 84(2), 218-220.

8. वही, Host plants used by Baya Weaver Bird *Ploceus philippinus* (*L.*) for resting in Udaipnr district, Rajasthan, JBNHS, 1989, 86(3), 453-54.

9. वही, Plant life and Weaver Birds, पी-एच० डी० थीसिस, राजस्थान विश्वविद्यालय

10. वही, Breeding behaviour of *Ploceus philippinus* (L.) and *Ploceus benghalensis* (L.) JBNHS, (मुद्रणाधीन)

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 35, No. 4, 1992

द्विचर बहुपद के लिए जनक फलनों का परिवार

बी० एल० माथुर
रक्षा प्रयोगशाला, जोधपुर (राजस्थान)

[प्राप्त—सितम्बर 27, 1991]

सारांश

प्रस्तुत प्रपत्र का उद्देश्य द्विचर लीगेण्ड्र बहुपद के लिए जनक फलनों को एक परिवार प्राप्त करना है। कतिपय रोचक दशायें भी दी गई हैं। अपने परिणामों की विशिष्ट दशा के रूप में कुछ परिणाम भी व्युत्पन्न किये गये हैं।

Abstract

A family of generating functions for a bivariate polynomial. *By* B. L. Mathur Defence Laboratory, Jodhpur.

The aim of the present paper is to obtain a family of generating functions for a bivariate Legendre polynomial. Some cases of interest have been indicated. A few known results have also been derived as particular case of our results.

1. प्रस्तावना

हर्माइट[1] ने सार्वीकृत लीगेण्ड्र बहुपद ने को दो चरों में परिभाषित किया है—यथा

$$\sum_{m,\, n=0}^{\infty} P_{m,\, n}(x, y)\, u^m v^n = (1-2\, ux-2\, vy+u^2+v^2)^{-1/2} \tag{1.1}$$

हाल ही में मुरोट ने[3] हर्माइट के द्विगुण बहुपद को निम्नवत् सार्वीकृत किया है—

$$\sum_{m,\, n=0}^{\infty} P_{m,\, n}(x, y)\, u^m v^n = (1-2\, ux-2\, vy+2\, uvxy+u^2+v^2)^{-1/2} \tag{1.2}$$

जहाँ $P_{m,n}(x, y)$ एक ऐसा द्विविचर बहुपद है कि

$$P_{m,n}(-x, -y)=(-1)^{m+n} P_{m,n}(x, y); \tag{1.3}$$

$$P_{m,n}(1, y)=\binom{m+n}{m} P_n(y),\ P_{m,n}(x, 1)=\binom{m+n}{m} P_m(x); \tag{1.4}$$

$$P_{m,0}(x, y)=P_m(x),\ P_{0,n}(x, y)=P_n(y); \tag{1.5}$$

$$P_{m,n}(1, 1)=\binom{m+n}{m} . \tag{1.6}$$

उन्होंने यह भी प्रदर्शित किया है कि

$$P_{m,n}(x, y)=\binom{m+n}{m} x^m y^n .$$

$$. F_3 \left[-\frac{1}{2}m, -\frac{1}{2}n, \frac{1-m}{2}, \frac{1-n}{2}; 1; \frac{x^2-1}{x^2}, \frac{y^2-1}{y^2} \right] \tag{1.7}$$

जहाँ F_3 ऐपेल का फलन है।

लेखक[2,4,5] ने विविध चिरप्रतिष्ठित बहुपदों के लिए कई जनक सम्बन्ध प्राप्त किये हैं। यहाँ पर हम श्रेणी हेर-फेर विधि का प्रयोग करते हुए (1·2) द्वारा परिभाषित द्विगुण बहुपद $P_{m,n}(x, y)$ के लिए कुछ रोचक जनक फलन देंगे।

2. जनक फलन

किसी यादृच्छिक α तथा β के लिए हम योगफल

$$\sum_{m,n=0}^{\infty} (1-x)^m (1-y)^n (\alpha)_m (\beta)_n [(m+n)!]^{-1} P_{m,n}(x, y) u^m v^n$$

पर विचार करें। यहाँ द्विगुण बहुपद के स्थान पर इसकी श्रेणी (1.7) रखने पर

$$\sum_{m,n=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{[m/2]} \sum_{q=0}^{[n/2]} x^{m-2p} y^{n-2q} (x^2-1)^p (y^2-1)^q (1-x)^m (1-y)^n .$$

$$. (\alpha)_m (\beta)_n u^m v^n [2^{2(p+q)} (p+q)! p! q! (m-2p)! (n-2q)!]^{-1},$$

अब श्रेणी क्रियान्वयन करने पर

$$\sum_{m,n,p,\ q=0}^{\infty} (x^2-1)^p (y^2-1)^q (1-x)^{m+2p} (1-y)^{n+2q} x^m y^n (\alpha)_{m+2p}$$

$$\cdot (\beta)_{n+2q} u^{m+2p} v^{n+2q} [2^{2(p+q)} p!\ q!\ (p+q)!\ m!\ n!]^{-1},$$

जो हमें जनक फलनों के परिवार

$$(W)^{-\alpha/2} (X)^{-\beta/2} F_3 \left[\frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha+1}{2}, \frac{\beta}{2}, \frac{\beta+1}{2}; 1; \frac{U}{W}, \frac{V}{X}\right]$$

$$= \sum_{m,n=0}^{\infty} (\alpha)_m (\beta)_n (1-x)^m (1-y)^n [(m+n)!]^{-1} P_{m,n}(x, y) u^m v^n, \tag{2.1}$$

को प्रदान करता है जहाँ संक्षेपण के लिए हमने

$$U=(x^2-1)(1-x)^2 u^2, \quad V=(y^2-1)(1-y)^2 v^2,$$

$$W=[1-ux(1-x)]^2, \qquad X=[1-vy(1-y)]^2.$$

रखा है।

इसी तरह किसी यादृच्छिक α के लिए हम (1.2) द्वारा परिभाषित द्विगुण बहुपद जनक फलनों के निम्नलिखित दो परिवार प्राप्त करेंगे।

$$\sum_{m,n=0}^{\infty} (\alpha)_{m+n} (1-x)^m (1-y)^n [(m+n)!]^{-1} P_{m,n}(x, y) u^m v^n$$

$$=(T)^{-\alpha}\ {}_2F_1\left(\frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha+1}{2}; 1; \frac{U+V}{T^2}\right); \tag{2.2}$$

तथा

$$\sum_{m,n=0}^{\infty} (1-x)^m (\alpha)_n [(m+n)!]^{-1} P_{m,n}(x, y) u^m u^n$$

$$=(1-vy)^{-\alpha} \exp(1-W^{1/2})\ {}_2F_1\left(\frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha+1}{2}; 1; \frac{v^2(y^2-1)+U(1-vy)^2}{(1-vy)^2}\right), \tag{2.3}$$

जहाँ सुविधा के लिए हम

$$T=[1-ux(1-x)-vy(1-y)],$$

रखेंगे और U, W का अर्थ उपर्युक्त जैसा होगा।

इसके बाद हम निम्नलिखित सवाल पर विचार करेंगे—

$$\sum_{m,n=0}^{\infty} (1-x)^m (1-y)^n [(m+n)!]^{-1} P_{m,n}(x, y) u^m v^n$$

द्विगुण बहुपद $P_{m,n}(x, y)$ के स्थान पर इसकी श्रेणी (1·7) रखने पर तथा श्रेणी हेर-फेर करने पर हमें निम्नलिखित प्राप्त होगा

$$\sum_{m,n=0}^{\infty} (1-x)^m (1-y)^n [(m+n)!]^{-1} P_{m,n}(x, y) u^m v^n$$

$$=\exp[2-(W+X)^{1/2}]\ {}_0F_1\left[1; \frac{U+V}{4}\right] \tag{2.4}$$

इस तरह बेसेल फलन (2·4) से द्विगुण बहुपद $P_{m,n}(x, y)$ उत्पन्न होता है।

इसी प्रकार हम निम्नलिखित जनक फलन प्राप्त करते हैं—

$$\sum_{m,n=0}^{\infty} (1-xy)^m [(m+n)!]^{-1} P_{m,n}(x, y) u^m v^n$$

$$=\exp[ux(1-xy)+vy]\ J_0[u^2(1-xy)^2 (1-x^2)+(1-y^2) v^2]^{1/2} \tag{2.5}$$

3. विशिष्ट दशाएँ

उपर्युक्त परिणामों में α तथा β यादृच्छिक हैं। अतः α तथा β को विशिष्ट मान प्रदान करने पर हम द्विगुण बहुपद $P_{m,n}(x, y)$ के लिए अनेक जनक फलन प्राप्त करते हैं।

विशेषतया, जब हम अपने परिणाम (2·1), (2·2) तथा (2·3) में बारी-बारी से $\alpha=\beta=1$ रखते हैं तो हमें क्रमशः निम्नलिखित तीन जनक फलन प्राप्त होते हैं—

$$\sum_{m,n=0}^{\infty} (1-x)^m (1-y)^n m!\, n!\, [(m+n)!]^{-1} P_{m,n}(x, y) u^m v^n$$

$$=(WX)^{-1/2} F_3\left[\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 1; 1; \frac{U}{W}, \frac{V}{X}\right]; \tag{3.1}$$

$$\sum_{m,n=0}^{\infty} (1-x)^m (1-y)^n P_{m,n}(x, y) u^m v^n=(T^2-U-V)^{-1/2}; \tag{3.2}$$

तथा

$$\sum_{m,n=0}^{\infty} (1-x)^m\, n!\, [(m+n)!]^{-1} P_{m,n}(x, y)\, u^m v^n$$

$$=\exp(1-W)^{1/2})\,[v^2(1-y^2)+(1-U)\,(1-vy)^2]^{-1/2}. \quad (3.3)$$

इसके आगे अपने परिणामों (2.1), (2.2) तथा (3.2) में $n=0$ तक ही सीमित रहते हुए हम चिरप्रतिष्ठित लीगेण्ड्र बहुपद[6] $P_m(x)$ के लिए जनक फलन व्युत्पन्न करते हैं।

कृतज्ञता-ज्ञापन

प्रोत्साहन के लिए हम श्री जे० बी० रमण राव, निदेशक तथा डा० रामगोपाल, उपनिदेशक को धन्यवाद देते हैं।

निर्देश

1. हर्माइट, सी० एच०, Journal de Crelle, 1893, 294.
2. माथुर, बी० एल०, Bull. Cal. Math. Soc.; 1978, **70**(4). 221-224.
3. मुनोत, पी० सी०, Portugallae Math., 1967, **26**, 299.
4. मुनोत पी० सी० तथा माथुर, बी० एल०, Univ. Nac. Tucuman Rev. Ser A. 1974, **24**, 131-148.
5. मुनोत, पी० सी०, माथुर, बी० एल० तथा कुशवाहा, आर० एस०, Proc. Nat. Acad. Sci. India Pt. A, 1975, **45**, 189-192.
6. रेनविले, ई० डी०, Special Functions, Chelsea, New York, 1971, पृष्ठ 157, 164, 165.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 35, No. 4, 1992

लोंडेस आपरेटरों का सार्वीकरण

पूनम तथा पी० एल० सेठी
गणित तथा सांख्यिकी विभाग, जोधपुर विश्वविद्यालय, जोधपुर

[प्राप्त—मार्च 4, 1991]

सारांश

बहुपदों के सामान्य वर्ग तथा सार्वीकृत एर्डेल्यी-कोबर आपरेटरों के भिन्नात्मक समाकल आपरेटरों के लिए नवीन परिभाषा दी गई है। मेलिन रूपान्तर की सहायता से इन आपरेटरों में से दो प्रमेयों की व्याख्या की गई है।

Abstract

Generalization of Lowndes operators. *By* Poonam and P. L. Sethi, Department of Mathematics and Statistics, University of Jodhpur, Jodhpur.

In the present paper, the authors have given new difinition of fraction integral operators associated with a general class of polynomials and generalized Erdelyi-Kober operators. Two theorems of these operators have been discussed with the help of Mellin transform.

1. प्रस्तावना

भिन्नात्मक समाकलन के आपरेटरों के लिए जो परिभाषाएँ प्राप्त हैं उनमें कोबर[8,9], एर्डेल्यी[2], एर्डेल्यी तथा स्नेडान[4], बुशमैन[1], सक्सेना[13], कल्ला तथा सक्सेना[7], लव[11,12], कल्ला[6], लोंडेस[10], सक्सेना तथा कुम्भट[14,15] एवं रजनी[6] द्वारा दी गई परिभाषाएँ मुख्य हैं। हम दो भिन्नात्मक समाकलन के दो नये आपरेटरों का प्रवर्तन करेंगे जो बहुपदों के सामान्य वर्ग में आते हैं—

$$G_{x,\,k}^{\rho,\,\alpha}[f(x)]=2^{1+\alpha}\,k^{-\alpha}\,\Gamma(\alpha+1)\,x^{-\rho-2\alpha-1}\int_0^x t^{\rho}(x^2-t^2)^{\alpha/2}$$

$$. J_\alpha\{k(x^2-t^2)^{1/2}\}\ S_n^m\left[z\left(\frac{t^2}{x^2}\right)^v\left(1-\frac{t^2}{x^2}\right)^\delta\right]f(t)\,dt \tag{1.1}$$

तथा

$$Z_{x,\,k}^{\beta,\,\sigma}[f(x)]=2^{1+\sigma}\,k^{-\sigma}\,\Gamma(\sigma+1)\,x^\beta\int_x^\infty t(t^2-x^2)^{\sigma/2}$$

$$. J_\sigma\{k(t^2-x^2)^{1/2}\}\ S_n^m\left[z\left(\frac{x^2}{t^2}\right)^v\left(1-\frac{x^2}{t^2}\right)^\delta\right]f(t)\,dt \tag{1.2}$$

जहाँ $S_n^m[x]$ श्रीवास्तव द्वारा प्रवर्तित [17, p. 1(1)] बहुपद की श्रेणी को सूचित करता है।

$$S_n^m[x]\ \sum_{1=0}^{[u/m]}\frac{(-n)_{ml}}{1!}A_{n,1}\,x_1;\ n=0,\,1,\,2,\,\ldots \tag{1.3}$$

यहाँ पर

$$(a)_j=\frac{\Gamma(a+j)}{\Gamma(a)}$$

एक यादृच्छिक धन पूर्णांक है तथा गुणांक $A_{n,1}(n,\,1\geqslant 0)$ यादृच्छिक अचर है जो वास्तविक या सम्मिश्र हैं।

पूरे प्रपत्र में हम यह कल्पना करते हैं कि $f(x)\in S$, जहाँ S द्योतक है $f(x)$ श्रेणी के फलनों का जिसके लिए $\int_L|f(x)|\,dx<\infty$ प्रत्येक परिबद्ध अन्तराल L के लिए (मूल विन्दु को सम्मिलित नहीं किया गया) तथा

$$f(x)=\begin{cases}0(x)^A & x \text{ के लघुमान के लिये}\\ 0(x^{-B}\,e^{-cx}) & x \text{ के वृहद मान के लिये}\end{cases}$$

यदि $f(x)\in S$, तो (1.1) तथा (1.2) में परिभाषित आपरेटरों का अस्तित्व निम्नलिखित प्रतिबन्धों के अन्तर्गत होता है—

(i) $\gamma,\ \delta>0,\ k\geqslant 0,\ m$ (1.4)

एक यादृच्छिक धन पूर्णांक है तथा गुणांक $A_{n,1}\,(n,\,1\geqslant 0)$ यादृच्छिक अचर हैं जो वास्तविक या सम्मिश्र हैं।

(ii) $Re(\rho+A)+2\gamma_j>-1,\ Re(\alpha)+\delta_j>-\frac{1}{2}$ (1.5)

(iii) $Re(c)\geqslant 0,\ Re(B+\beta)+2\,\gamma_j>0,$

$Re(\sigma)+\delta_j>-\frac{1}{2},\ (j=0,\,1,\,\ldots,\,[n/m])$ (1.6)

यह ध्यान देना रुचिकर होगा कि गुणांक $A_{n,1}$ को उपयुक्त मान प्रदान करके बहुपदों के सामान्य वर्ग को चिरसम्मत लाम्बिक बहुपद, बेसेल बहुपद तथा सार्वीकृत हाइपरज्यामितीय बहुपदों को समानीत किया जा सकता है। वस्तुतः उपर्युक्त आपरेटर लोंडेस[10] के निम्न आपरेटरों के प्रत्यक्ष सार्वीकरण हैं।

$$I_k(\eta, \alpha) f(x) = 2^\alpha k^{1-\alpha} x^{-2\alpha-2\eta} \int_0^x u^{2\eta+1} (x^2-u^2)^{\alpha-1/2}$$

$$. J_{\alpha-1} \{k(x^2-u^2)^{1/2}\} f(u)\, du \tag{1.7}$$

$$K_k(\eta, \alpha) f(x) = 2^\alpha k^{1-\alpha} x^{2\eta} \int_x^\infty u^{1-2\eta-\alpha} (u^2-x^2)^{\alpha-1/2}$$

$$. J_{\alpha-1} \{k(u^2-x^2)^{1/2}\} f(u)\, du \tag{1.8}$$

जहाँ

$$\alpha > 0,\ \eta > -\tfrac{1}{2}.$$

2. प्रमुख परिणाम

प्रमेय 1 : यदि

$$M\left\{ G_{x,\, k}^{\rho,\, \alpha} [f(x)] \right\}$$

का अस्तित्व हो तथा प्रतिबन्ध (1.4) एवं (1.5) की तुष्टि होती हो तो

$$M\left\{ G_{x,\, k}^{\rho,\, \alpha} [f(x)] \right\} = \psi(1, s)\, M\{f(x)\} \tag{2.1}$$

जहाँ

$$\psi(1, s) = \sum_{1=0}^{[n/m]} \frac{(-n)_{ml}}{1!} A_{n,\,1}\, z^1 \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\Gamma\left(\frac{\rho-s+1}{2}+\gamma 1-r\right)}{\Gamma\left(\frac{\rho-s+1}{2}+\gamma 1+\alpha+\delta\,.\,1+1\right.}$$

$$\frac{\Gamma(\alpha+\delta 1+r+1)\, \Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(\alpha+1+r)\, r!} \left(\frac{k}{2}\right)^{2r} \tag{2.2}$$

तथा $r \geqslant 0$, वास्तविक है।

उपपत्ति : (2.1) से हमें निम्न की प्राप्ति होती है—

$$M\left\{ G_{x,\, k}^{\rho,\, \alpha} [f(x)] \right\} = \int_0^\infty x^{s-1} (2^{1+\alpha} k^{-\alpha} \Gamma(\alpha)\, x^{-\rho-2\alpha-1} \int_0^x t^\rho (x^2-t^2)^{\alpha/2}$$

$$. J_\alpha\{k(x^2-t^2)^{1/2}\}\ S_n^m \left[z \left(\frac{t^2}{x^2}\right)^v \left(1-\frac{t^2}{x^2}\right)^\delta \right] f(t)\, dt)\, dx$$

$$=2^{1+\alpha}\, k^{-\alpha}\, \Gamma(a)\int_0^\infty t^\rho f(t)\, dt \int_t^\infty x^{-\rho-2\alpha+s-2}\, (x^2-t^2)^{\alpha/2}$$

$$.\, J_\alpha\{k(x^2-t^2)^{1/2}\}\; S_n^m\left[z\left(\frac{t^2}{x^2}\right)^v\left(1-\frac{t^2}{x^2}\right)^\delta\right] dx$$

$S_n^m[x]$ बहुपदों के लिये (1.3) का उपयोग करने, समाकलन तथा समाकलन का क्रम बदलने पर जो कि वैध है क्योंकि निहित श्रेणी सान्त है तथा x-समाकल का मान ज्ञात करने पर [3, p. 201(6)], हमें (2.1) का दाहिना पक्ष प्राप्त होता है ।

प्रमेय 2 : यदि

$$G_{x,\, k}^{\rho,\, \alpha}[f(x)]=g(x) \tag{2.3}$$

तो

$$f(x)=\int_0^g t^{-1}\, g(t)\, h\left(\frac{t}{x}\right) dt \tag{2.4}$$

जहाँ

$$h(x)=\frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{x^{-s}}{\psi(1,\, s)}\, ds \tag{2.5}$$

तथा $\psi(1, s)$ (2.2) द्वारा परिभाषित है ।

यह प्रमेय निम्नांकित प्रतिबन्धों के अन्तर्गत अपना अस्तित्व रखती है ।

(i) $f(x)$ खंडशः संतत है $x>0$ तथा $f(x) \in S$ के लिए

(ii) $M\left\{ G_{x,\, k}^{\rho,\, \alpha}[x]\right\}$ का अस्तित्व है ।

(iii) प्रतिबन्ध (1.3) तथा (1.4) तुष्ट होते हैं ।

उपपत्ति : (2.3) में x^{s-1} से गुणा करने तथा 0 से ∞ सीमा के मध्य x के प्रति समाकलन करने पर

$$\int_0^\infty x^{s-1}\, G_{x,\, k}^{\rho,\, \alpha}[f(x)]\, dx=\int_0^\infty x^{s-1}\, g(x)\, dx$$

(2.1) से हमें

$$M\{f(x)\}\, \psi(1,\, s)=\mathrm{M}\{g(x)\}$$

प्राप्त होता है । इस तरह

$$M\{f(x)\}=\frac{M\{f(x)\}}{\psi(1,\, s)}$$

मेलिन के प्रतिलोमन सूत्र [16, Chap. 4, p. 275] का व्यवहार करने पर हमें वांछित फल मिलता है।

यह प्रमेय (1.1) द्वारा परिभाषित सार्वीकृत भिन्नात्मक समाकल आपरेटर का प्रतिलोमन सूत्र प्रदान करती है।

निर्देश

1. बुशमैन, आर० जी०, Math. Japan, 1964, **9**, 99-106.
2. एर्डेल्यी, ए०, Univ. Politec. Torino. Rend. Sem. Mat., 1951, **10**, 217-234.
3. एर्डेल्यी, ए० तथा अन्य, Tables of Integral transforms, भाग II, McGraw- Hill Book Co. Ind., न्यूयार्क 1964.
4. एर्डेल्यी, ए० तथा स्नेडान, आई० एन०, Canadian J. Math., 1962, **14**, 685-693.
5. गुप्ता, रजनी, J. Indian Acad. Math., 1988, **10**, 32-37.
6. कल्ला, एस० एल०, Acta Mexicana de Cienxia Y Teconologia, 1969, **3**, 117-122.
7. कल्ला, एस० एल० तथा सक्सेना, आर० के०, Zeitschr., 1969, **108**, 231-234.
8. कोबर, एच०, J. Math. Oxford Ser., 2, 1940, **11**, 193-211.
9. वही, Amer. Math. Soc., 1941, **50**, 160-174.
10. लोन्डेस, जे० एस०, Proc. Edin. Math. Soc., 1970, **17**, 139-148.
11. लव, ई० आर०, J. London Math. Soc. 1971, **3**, 241-259.
12. वही, J. Australian Math. Soc., 1972, **14**, 385-410.
13. सक्सेना, आर० के०, Math. Zeitschr, 1967, **96**, 289-299.
14. सक्सेना, आर० के० तथा कुम्भट, आर० के०, विज्ञान परिषद अनुसन्धान पत्रिका, 1973, **16**, 31-36.
15. वही, Proc. Indian Acad. Sci. Sec. A(4), 1973, **78**, 177-186.
16. स्नेडान, आई० एन०, The Use of Integral Transforms, Tata McGraw-Hill Publishing Co., नई दिल्ली।
17. श्रीवास्तव, एच० एम०, Indian J. Math., 1972, **14**, 1-6.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 35, No. 4, 1992

आइसोनाइट्रोसो-p-मेथिलऐसीटोफीनोन तथा आइसोनाइट्रोसोप्रोपियोफीनोन के साथ क्षारीय धातुओं के उदासीन संकुल

धर्म प्रकाश, बी० पाल सिंह तथा ओउम् प्रकाश गुप्ता
रासायनिक प्रयोगशाला, पटना विश्वविद्यालय, पटना (बिहार)

[प्राप्त—अप्रैल 7, 1992]

सारांश

आइसोनाइट्रोसो-p-मेथिलऐसीटोफीनोन तथा आइसोनाइट्रोसो प्रोपियोफीनोन के साथ क्षारीय धातुओं के कुछ उदासीन संकुल संश्लेषित किये गये और तात्विक विश्लेषण, चालकता तथा आई० आर० स्पेक्ट्रमी आँकड़ों द्वारा उनको पहचाना गया। आई० आर० आँकड़े प्रदर्शित करते हैं कि इन उदासीन संकुलों में हाइड्रोजन बन्धन उनके स्थायित्व का प्रधान कारण है।

Abstract

Neutral complexes of alkali metals with isonitroso-p-methyl acetophenon and isonitrosopropiophenone. *By* Dharm Prakash, B. Pal Singh and Om Prakash Gupta, Chemical Laboratory, Patna University, Patna (Bihar).

Some netural complexes of alkali metals with isonitroso-p-methylacetophenone and isonitrosopropiophenone have been synthesised and characterised by elemental analysis, conductance and IR spectral data. IR spectral data show that hydrogen bonding in these neutral complexes is dominant factors for their stability.

संक्रमण धातुओं के साथ आइसोनाइट्रोसो-p-मेथिलऐसीटोफीनोन तथा आइसोनाइट्रोसोप्रोपियोफीनोन के संकुलों का अध्ययन इसके पूर्व किया जा चुका है।[1,4] इस प्रपत्र में हम इन लिगैंडों के क्षारीय धातु आयनों के साथ संकुलन-आचरण की सूचना दे रहे हैं जिससे पौदों द्वारा क्षारीय धातु आयनों के वरणात्मक शोषण की क्रियाविधि पर प्रकाश पड़ सके। हम इन लिगैंड के साथ अनेक उदासीन क्षारीय धातु संकुल प्राप्त करेंगे। इनका सामान्य सूत्र ML . HL है जहाँ M=Na, K, Rb तथा Cs तथा HL=आइसोनाइट्रोसो-p-मेथिलऐसीटोफीनोन अथवा/तथा आइसोनाइट्रोसोप्रोपियोफीनोन।

सारणी 1

यौगिक	रंग	गलनांक/विघटन क्रांतिक ताप	विद्युच्चालकता	विश्लेषण से % C	H	N	प्राप्त/परिगणित M
HL*	हल्का क्रीम	98-99 m		66.32 (66.26)	5.60 (5.52)	8.55 (8.58)	
NaL	धूमिल पीत	290 d	6.5	58.44 (58.38)	4.40 (4.32)	7.48 (7.57)	12.41 (12.43)
NaL . HL	पीत	284 d	6.9	62.50 (62.07)	4.92 (4.89)	7.92 (8.05)	6.68 (6.61)
KL	चमकीला गुलाबी	140 d	7.3	53.80 (53.73)	4.02 (3.98)	6.91 (6.97)	19.37 (19.40)
KL . HL	पीत	186 d	7.7	59.80 (59.54)	4.70 (4.67)	7.58 (7.70)	10.72 (10.71)
RbL . HL	पीत	115 d	7.9	52.72 (52.63)	4.22 (4.15)	6.90 (6.83)	20.79 (20.73)
CsL . HL	चटक पीत	110 d	7.3	46.85 (47.16)	4.42 (3.71)	6.05 (6.11)	29.28 (29.04)

HL**	3260—3220 br	1640 s	1595 m	1000 s
	2800 br, 1960 br			
	1910 br			
NaL . HL	3220 s	1640 m, 1625 sh	1580 m, 1540 m	1010 m, 995 m
KL . HL	2950 br	1625 s	1580 m, 9560 m	1025 m, 998 m
	2800-2600 br			
RbL . HL	3060 m	1625 s	1590 m, 1570 w	1010 m, 985 w
CsL . HL	2800-2600 br	1625 m, 1610 m	1580 m, 1560 m	1030 s, 998 m

*HL=आइसानाइट्रोसा·p-मथिल ऐसीटोफीनोन m=मध्यम, s=प्रबल, br=चौड़े, sh=sh=शाल्डर, w=दुबल

**आइसोनाइट्रोसा प्रोपियोफीनोन

सारणी 2

लिगैंडों तथा क्षारीय धातुओं के साथ उनके उदासीन संकुलों के लिए i.r.

यौगिक	ν OH	ν C=0	νC=N	νN—0 s
HL*	3300-3200 br	1650 s	1600 s	980 s
	2800-2600 br	—		
NaL . HL	2320 br	1680 s, 1640 m	1605 m, 1585 m	1000 m
		1630 sh	1550 sh	980 m
KL . HL	2310 br	1690 m, 1680 m	1605 m, 1590 m	1010 w
		1640 m, 1630 m	1550 w	995 w
RbL . HL	2350 br	1690m, 1645 m	1605m, 1540 m	1010 w
		1630 s		970 br
CsL . HL	2340 br	1690 m, 1680 m	1605 m, 1550 m	1000 m
		1660 m		

HL	चमकीला सफेद	114-115 m		66.28 (66.26)	5.55 (5.52)	8.58 (8.58)	
NaL	हल्का क्रीम	228 d	6·2	58.41 (58.38)	4.54 (4.32)	7.60 (7.57)	12.50 (12.43)
NaL . HL	गंदला क्रीम	120 d	6.5	60.95 (62.07)	4.93 (4.89)	7.68 (8.05)	6.58 (6.61)
KL	लालाम नारंगी	125 d	7.8	53.69 (53.73)	3.86 (3.98)	6.90 (6.97)	19.48 (19.40)
KL . HL	फीका पीत	145 m	8.0	57.28 (59.34)	4.48 (4.60)	6.92 (6.69)	10.92 (10.71)
RbL . HL	फीका पीत	155 m	7.9	50.65 (52.68)	4.22 (4.15)	7.00 (6.83)	20.82 (20.73)
CsL . HL	फीका पीत	86 m	7.6	45.20 (47.16)	4.10 (3.71)	5.95 (6.11)	29.10 (29.04)

* LH=आइसोनाइट्रोसो-p-मेथिलऐसीटोफीनोन

प्रयोगात्मक

लिगैन्ड की तैयारी

आइसोनाइट्रोसो-p-मेथिलऐसीटोफीनोन लिगैंड को मुलर तथा पेचमान द्वारा दी गई विधि से[5] तथा आइसोनाइट्रोसोप्रापियोफीनोन को हार्टुन्ग तथा क्रासले[6] की विधि से तैयार किया गया।

क्षारीय धातु लवणों की तैयारी

क्षारीय धातु हाइड्राक्साइड तथा लिगैंड के सममोलर अनुपातों को 15 मिनट तक 95% एथेनाल में पश्चवाहित किया गया। विलयन को छानकर सान्द्रित किया गया और फिर ठन्डा किया जिससे क्षारीय धातु लवण अवक्षेपित हो गये। इसे छानकर विलायक से धोकर विद्युत् भ्राष्ट्र में 80° से० पर सुखा लिया गया।

संकुलों की तैयारी

क्षारीय धातु लवणों तथा लिगैंड को सम-मोलर अनुपात में परम एथेनाल में लेकर संकुलों को संश्लेषित किया गया। लगातार विलोडित करते हुए पश्चवाहित करने पर स्वच्छ विलयन प्राप्त हुआ। ठन्डा करने पर योगोत्पाद विलग हो गया जिसे छानकर, परम ऐल्कोहल से धोकर विद्युत् भ्राष्ट्र मे 80° से० पर सुखाया गया।

लिथियम लवणों में कोई योगोत्पाद विलग नहीं हुआ।

परिणाम तथा विवेचना

सारणी 1 में लिगैंडों, उनके क्षारीय धातु लवणों तथा नवीन उदासीन संकुलों (ML . HL) के कुछ भौतिक गुण धर्म, तथा वैश्लेषिक आँकडे दिये जा रहे हैं। [M=Na, K, Rb तथा Cs, HL—आइसोनाइट्रोसो-p-मेथिलऐसीटोफीनोन अथवा आइसोनाइट्रोसोप्रोपियोफीनोन तथा L=HL के संगत ऋणायन]।

प्राय: समस्त क्षारीय धातु लवण तथा उनके अपने-अपने संकुल रंगीन पाये गये और वे शुष्क वायु में स्थायी थे किन्तु नमी में खुला रखने पर स्थायित्व घटता गया और अन्त में विघटन हो गया अत: सभी लवणों तथा संकुलों को अनार्द्र ठोस $CaCl_2$ के ऊपर एक डेसिकेटर में रखा गया।

परिणाम से स्पष्ट है कि प्राय: समस्त क्षारीय धातु लवण तथा उनके संकुल उन तापों पर रूपान्तरित हो जाते हैं जो लिगैंडों के गलनांकों से काफी उच्च हैं जिससे यह सूचित होता है कि उनका उष्मीय स्थायित्व अधिक है। अधिकांश संकुल ध्रुवीय विलायकों में विलेय थे किन्तु अ-ध्रुवीय विलायकों में अविलेय थे।

इन्फ्रारेड (अवरक्त) स्पेक्ट्रा

4000 से 650 cm^{-1} के बीच नुजोल मुल्स में लिगैंडों तथा उनके अभी तक ज्ञात उदासीन क्षारीय धातु संकुलों के इन्फ्रारेड मापन किये गये। सारणी 2 में आवश्यक आँकड़े दिए हुए हैं।

आइसोनाइट्रोसो-p-मेथिलऐसीटोफीनोन के स्पेक्ट्रा में 3300-3200 cm^{-1} तथा 2800-2600 cm^{-1} के विस्तृत परास में बहुगुणित मध्यम चौड़े अवशोषण बैंडों एवं आइसोनाइट्रोसोप्रोपियोफीनोन में 3300-1900 cm^{-1} क्षेत्र में बहुगुणित चौड़े बैंडों का होना लिगैंड अणु में प्रबल अन्तराआणविक हाइड्रोजन बन्धन को उपस्थिति का सूचक है। समस्त संकुलों में 2300 cm^{-1} के क्षेत्रमें दुर्बल से मध्यम तीव्रता का एक नवीन बैंड तथा 2900-2600 cm^{-1} क्षेत्र में आइसोनाइट्रोसोप्रोपियोफीनोन लिगैंड के पोटैशियम तथा सीजियम संकुलों में मध्यम तीव्रता का एक चौड़ा बैंड O—H...O अवशोषण के कारण हो सकता है जिससे इन संकुलों में H बन्धन के होने का सुझाव मिलता है जो नाइहोम इत्यादि[7] तथा प्रकाश इत्यादि[9] के प्रेक्षणों के अनुकूल है।

लिगैंडों के i.r. स्पेक्ट्रम में क्रमशः 1650 cm^{-1}, 1600 cm^{-1} एवं 980 cm^{-1} तथा 1640 cm^{-1} 1595 cm^{-1} एवं 1000 cm^{-1} पर आणविक अवशोषण मिला जिन्हें क्रमशः $\nu\ C{=}0$, $\nu\ C{=}N$ तथा ν N—0 मोडों का निर्दिष्टीकरण किया जा सकता है। संकुलों में इन बैंडों का विपाटन दो या अधिक शिखरों में पाया गया। ν C=0, ν C=N एवं N—0 क्षेत्र में बैंडों या अतिरिक्त बैंडों की उपस्थिति ट्रांस-विन्यास वाली संरचना की सम्भावना को इंगित करने वाला है।

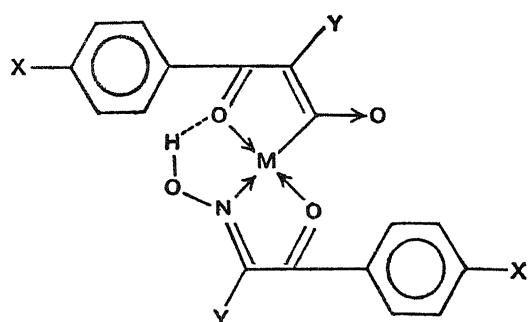
विद्युच्चालकताएँ

समस्त संकुलों की मोलर चालकताएँ 25° पर 10^{-3} M सान्द्रता के लिए मापी गयीं।

35-40 मोल$^{-1}$ सेमी^{2} ओह्म$^{-1}$ मान 1:1 विद्युद्विश्लेष्य[9] के संगत है। परिणामों से (सारणी 1) स्पष्ट है कि उदासीन लवणों कीं मोलर चालकताएँ लिगैंड HL के क्षारीय धातु लवणों की चालकताओं के लगभग समान है। किन्तु इन संकुलों की काफी कम मोलर चालकताएँ बतलाती हैं कि वे अ-विद्युद्विश्लेष्य हैं।

सम्भावित संरचना

उपर्युक्त विवेचना के आधार पर क्षारीय धातुओं के उदासीन संकुलों की संभावित संरचना निम्नवत् होगी।

X—⟨ring⟩—C(=O→M)—C(Y)=C(→O)—M ; H---O, H—O—N(→M)=C(Y)—C(=O→M)—⟨ring⟩—X

$X=CH_3, Y=H$: आइसोनाइट्रोसो-p-मेथिलऐसीटोफीनोन

$X=H, Y=CH_3$: आइसोनाइट्रोसोप्रोपियोफीनोन

M=Na, K, Rb तथा Cs

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखकद्वय (बी० पाल सिंह तथा ओ० पी० गुप्ता) विश्वविद्यालय अनुदान आयोग के आभारी हैं जिसने वरिष्ठ शोध छात्रवृत्ति तथा शिक्षक शोध छात्रवृत्ति प्रदान की ।

निर्देश

1. नटराजन, सी० तथा नजीर हुसेन, ए०, Indian J. Chem., Sect. A. 1981, **20A** (3) 307-9.
2. मत्सुमोतो, सी० तथा शिनरा, के०, Chem. Abstr., 1967, **67**, 58963 r.
3. ठक्कर, एन० वी० तथा हाल्दार, बी० सी०, J. Inorg. Nucl. Chem., 1980, **42**, 843-849.
4. देशमुख, आर० जी० तथा ठक्कर, एन० वी०, Indian J. Chem., 1985, Sect. A, **24A** (12), 1066-1068.
5. मुलर तथा पेचमान, Ber., 1988, **22**, 2560.
6. वाल्टर, एच० हार्टुंग तथा फ्रैंक क्रासन, Blatt. Organic Syntheses, Coll. Vol. II, P. 363.
7. बनर्जी, ए० के०, लेटन, ए० जे०, नाइहोम, आर० एस० तथा ट्रूटर, एम० आर०, J. Chem. Soc. 1970, A, **292**, 1884.
8. धर्म प्रकाश तथा सिंह एस० पी०, J. Ind. Chem. Soc., 1975, **52**, 705.
9. बनर्जी, ए० के०, लेटन, ए० जे० तथा ट्रूटर, एम० आर०, J. Chem. Soc. 1969, (A) 2336.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 35, No. 4, 1992

ऐसीटोनाइट्राइल में N-सैलिसिलिडीन-2 ऐमीनोंपिरीडीन का पोलैरोग्राफीय अपचयन

मीना भर्तिया तथा यू० एस० चतुर्वेदी
रसायन विभाग, एम० एस० जे० स्वायत्तशासी विद्यालय, भरतपुर (राजस्थान)

[प्राप्त—दिसम्बर 20, 1991]

सारांश

N-सैलिसिलिडीन-2-ऐमीनोपिरिडीन के पोलैरोग्राफीय अपचयन का अध्ययन ऐसीटोनाइट्राइल माध्यम में टेट्रा *n*-प्रोपिल अमोनियम ब्रोमाइड को सहायक विद्युतअपघट्य के रूप में व्यवहृत करते हुए किया गया। यह अध्ययन पी-एच० 7.3 पर पारद पूल इलेक्ट्रोड को सन्दर्भ के रूप में चुन कर किया गया। इस तरह एक कैथोडी तरंग प्राप्त हुई। इस अपचयन की क्रियाविधि प्रस्तावित की गई है।

Abstract

Polarographic reduction of N-salicylidine-2-aminopyridine in acetonitrile. *By* Meena Bhartiya and U. S. Chaturvedi, Department of Chemistry, M. S. J. Autonomous College, Bharatpur (Raj.).

The polarographic reduction of N-salicylidine-2-aminopyridine has been studied in acetonitrile medium using tetra *n*-propylammonium bromide as the supporting electrolyte. A pH of 7.3 was chosen and mercury pool electrode was employed as the reference. A cathodic wave was observed; mechanism of reduction has been proposed.

जलीय विलयन में N-सैलिसिलिडीन-2-ऐमीनोपिरिडीन (NSAP) के पोलैरोग्राफिक आचरण का अध्ययन जलीय बफर में किया जा चुका है[1]। ऐसीटोनाइट्राइल में कार्बनिक यौगिकों के वैद्युत-रासायनिक आचरण की सूचना प्राप्त है।[2,3] प्रस्तुत प्रपत्र में ऐसीटोनाइट्राल में N-सैलिसिलिडीन-2-ऐमीनो पिरिडीन के अपचयन की सूचना विन्दुपाती पारद इलेक्ट्रोड पर पी-एच 7.3 पर पारद पूल इलेक्ट्रोड को निर्देश मानते हुए दी गई है। इसमें टेट्रा *n*-प्रोपिलअमोनियम ब्रोमाइड (TPAB) को सहायक विद्युत् अपघट्य के रूप में प्रयुक्त किया गया है।

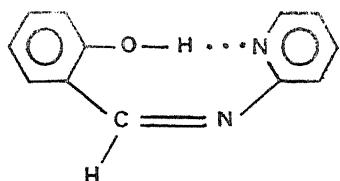
प्रयोगात्मक

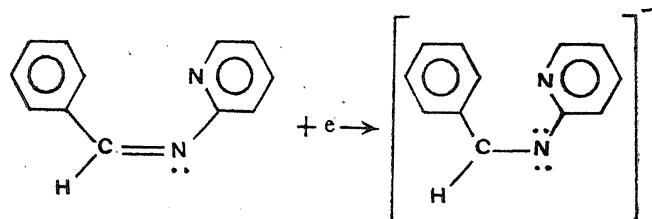
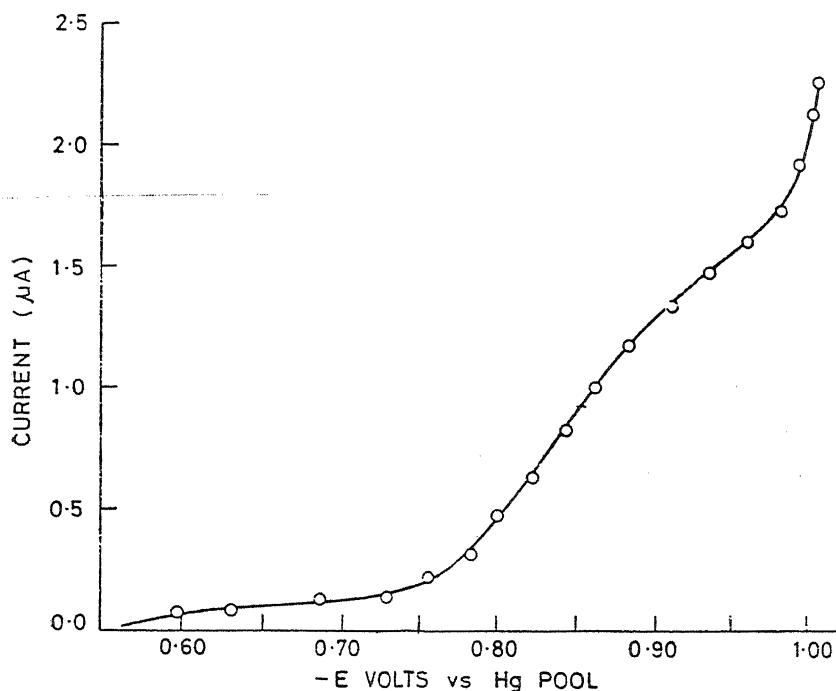
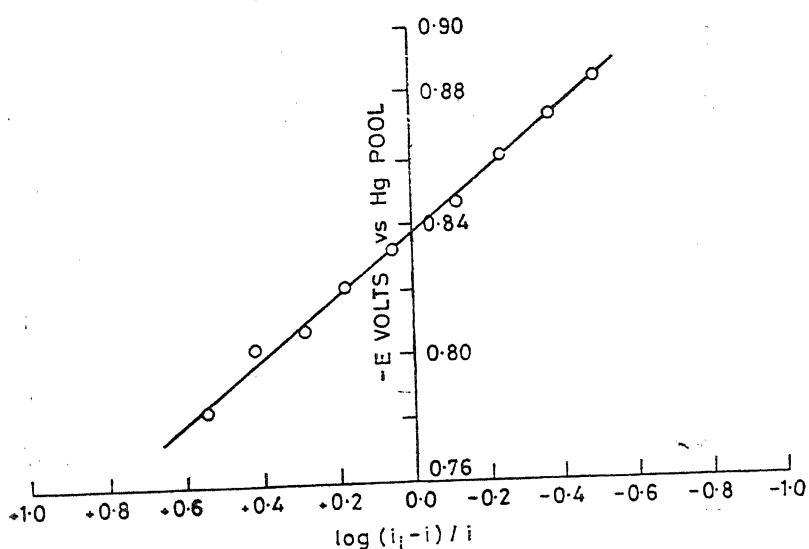
इमीन NSAP का संश्लेषण डीट्रिक तथा माट्रेल की विधि[4] से किया गया और तात्विक विश्लेषण TLC तथा स्पेक्ट्रास्कोपी प्रमाणों द्वारा इसके लक्षण ज्ञात किये गये[5,6]। NSAP एक बैंगनी लाल प्रिज्मीय क्रिस्टलीय ठोस है जिसका गलनांक 45°C है।

पोलैरोग्रामों को तोशनीवाल पोलैरोग्राफ न० 039 द्वारा अंकित किया गया। विलयनों को वायुरहित करने के लिए आक्सीजन मुक्त नाइट्रोजन बुदबुदाई गई तथा तापस्थायी क्षाप अवगाह में 30° पर नमूनों के ताप को स्थिर रखा गया। $E=1.10$ V पर केशिका स्थिरांक $m^{2/3}\, t^{1/6}=1.652\ mg^{2/3}\, s^{-1/2}$ था। सामान्यतया पारद स्तम्भ की ऊँचाई 30 सेमी० रखी गई। NSAP की सान्द्रता 2.56×10^{-3} M पर स्थिर रखी गई। TPAB यौगिक सिग्मा केमिकल कम्पनी यू० एस० ए० का था।

परिणाम तथा विवेचना

NSAP से पी-एच 7.3 पर ऐसीटोनाइट्राइल विलयन में एक कैथोडी तरंग मिली (चित्र 1)। लाग-प्लाट से एक सीधी रेखा प्राप्त हुई जिसका ढाल 0.080 V था (चित्र 2)। NSAP की सान्द्रता बढ़ाने पर सीमान्त धारा में जो परिवर्तन देखे गये उन्हें सारणी 1 में दिया गया है। NSAP की सान्द्रता बढ़ाने पर सीमान्त धारा तथा सान्द्रता का अनुपात घटता जाता है। सारणी 2 में पारद दाब तथा धारा के फलनों के बीच का सम्बन्ध दिया गया है।

O—H···N
C═N
H

NSAP अणु में फेनिल तथा पिरिडीन वलय, एक OH समूह तथा एक इमीन बन्ध होता है। इसके ir तथा nmr अध्ययनों से अन्तराणुक हाइड्रोजन बन्ध की उपस्थिति सूचित होती है।[7]

N C═N H + e⟶ [N C—N H]⁻

चित्र 1 : N-सैलिसिलिडीन-2-ऐमीनोपिरिडीन का पोलैरोग्राम

चित्र 2 : N-सैलिसिलिडीन-2-ऐमीनोपिरिडीन का लाग-प्लाट विश्लेषण

सारणी 1

सीमान्त धारा तथा $E_{1/2}$ पर विध्रुवक सान्द्रता का प्रभाव

सान्द्रता mM में	i_l A में	i_l/mM	$E_{1/2}$ V में
2.56	1.200	0.438	0.860
5.00	1.985	0.397	0.860
7.31	2.595	0.355	0.861
9.52	3.055	0·321	0.863

सारणी 2

धारा पर पारद दाब का प्रभाव

h(संशोधित)	i_l mM	$i_l/h_{1/2}$	i_l/h
18.3	0.892	0.209	0.048
23.3	1.045	0.217	0.045
28.3	1.200	0.225	0.043
33.3	1.319	0.229	0.040
38.3	1.446	0.234	0.038
43.3	1.589	0.242	0.037
48.3	1.769	0.255	0.037
53.3	1.924	0.264	0.036
58.3	2.067	0.271	0.035

इसका विद्युत सक्रिय स्थल इमीन बन्ध द्वारा प्रदान किया जाता है।[8] लाग-प्लाट विश्लेषण के ढाल मान से पता चलता है कि अपचयन अनुत्क्रमणीय है जो सहायक विद्युतअपघट्य की प्रकृति पर भी निर्भर रह सकता है।[9] NSAP की सान्द्रता बढ़ाने पर i_l/c मानों में जो ह्रास आता है उससे यह निष्कर्ष निकलता है कि इलेक्ट्रोड अभिक्रिया केवल विसरण द्वारा ही नियन्त्रित नहीं होती। धारा तथा पारा दाब के मध्य देखे गये सम्बन्ध से स्पष्ट सूचित होता है (सारणी 2) कि सूचक इलेक्ट्रोड पर TPAS का अधिशोषण हो रहा है जो अणु में हाइड्रोजन की उपस्थिति के कारण हो सकता है[10]।

TPAB अणु में उपस्थित ऐजोमेथीन बन्ध का आसानी से अपचयन हो सकता है[11] अत: ऐसीनाइट्राइल माध्यम में द्विगुण बन्ध टूट कर एक बन्ध तथा एक मूलक ऋणायन बनावेगा। क्रियाविधि निम्न प्रकार होगी।

सम्भव है कि बाद में यह मूलक द्वितयीकृत हो जाय। तब पूरा प्रक्रम EC क्रियाविधि हो जावेगा।

कृतज्ञता-ज्ञापन

विश्वविद्यालय अनुदान आयोग को आर्थिक सहायता के लिए तथा प्रोफेसर आर० सी० कपूर को महत्वपूर्ण विवेचना के लिए कृतज्ञता ज्ञापित की जा रही है।

निर्देश

1. चतुर्वेदी, यू० एस०, पी-एच० डी० थीसिस, जोधपुर विश्वविद्यालय, 1980

2. गुटमैन, वी०, शोबर, ई० तथा नेडबालेक, ई०, *Z. analyt. Chem.* 1962, **186**, 115.

3. पेटरसन, आर० ए० तथा ईवान्स, डी० एच०, *J. Electroanal. Chem.* 1987, **222**, 129.

4. डीट्रिक, एच० तथा मार्टेल, ए० ई०; *J. Am. Chem. Soc.* 1962, **84**, 3257.

5. बैरो, जी० आर० *Introduction to Molecular Spectroscopy*, McGraw Hill Publishing Co., न्यूयार्क, 1962.

6. राव, सी० एन० आर०, *UV and Visible Spectroscopy*, Butterworth, London तृतीय संस्करण, 1975

7. अब्राहाम, आर० जे० तथा लोफ्टस, पी०, *Proton and Carbon-13 NMR Spectroscopy*, Heyden, लन्दन 1978.

8. लुन्ड, एच०, *Acta Chem. Scand.* 1959, **13**, 249.

9. जुमैन, पी०, *Topics in Organic Polarography*, Plenum Press, न्यूयार्क, 1970.

10. वही, *Substituent Effects in Organic Polargraphy*, Plenum Press, न्यूयार्क 1968.

11. स्काट, जे० एम० डब्लू० तथा जूरा, डब्लू० एच०, *Can. J. Chem.* 1967, **45**, 2377.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 35, No. 4, 1992

अ-न्यूटनीय तरल के परिवर्ती हेले-शा प्रवाह की भ्रामिलता

बी० एन० द्विवेदी तथा शीलव्रत

गणित विभाग, अतर्रा स्नातकोत्तर महाविद्यालय, अतर्रा (उ० प्र०)

[प्राप्त—अगस्त 1, 1992]

सारांश

प्रस्तुत प्रपत्र में कुवशिन्की प्रकार के अ-न्यूटनीय द्रव के परिवर्त प्रवाह की भ्रामिलता का अध्ययन एकसमान अनुप्रस्थ चुम्बकीय क्षेत्र के प्रभाव के अन्तर्गत किया गया है जिसमें दाब प्रवणता को $\exp(-nt)$ के समानुपाती माना गया है। चुम्बकीय क्षेत्र प्राचल (M) तथा विश्रान्त काल (T) का प्रवाह की भ्रामिलता पर प्रभाव का अध्ययन सांख्यिक तथा ओरख विधि का उपयोग करते हुए किया गया है।

Abstract

On the vorticity of MHD unsteady Hele-Shaw flow of non-Newtonian fluid. *By* B. N. Dwivedi and Sheelvrat, Department of Mathematics, Atarra Post-graduate College, Atarra-210201, (U. P.)

In this paper an attempt has been made to study the vorticity of unsteady flow of non-Newtonian fluid of Kuvshinki's type under the influence of uniform transverse magnetic field, assuming the pressure gradient to be proportional to $\exp(-nt)$. The effect of magnetic field parameter (M) and relaxation time (T) on the vorticity of flow have been studied numerically and graphically.

अपरिवर्ती हेले-शा प्रवाहों की व्याख्या लैम्ब[4], रीगेल्स[6], थामसन[8], ली तथा फुंग[5] तथा बुकमास्टर[1] ने की है। इनमें से अधिकांश अध्ययनों में दाब प्रवण को स्थिर मान लिया गया था। स्वामीनाथन[7] ने श्यान, असंपीड्य तरल के परिवर्ती हेले-शा प्रवाह का अध्ययन करते समय दाब प्रवण को काल का फलन माना है। गुप्ता इत्यादि ने[2,3] श्यान-प्रत्यास्थ तरल के लिए इसी समस्या का अध्ययन किया है। प्रस्तुत प्रपत्र का उद्देश्य अ-न्यूटोनियन तरल के लिए परिवर्ती हेले-शा प्रवाह की

भ्रामिलता के लिए व्यंजक प्राप्त करना है जो अनुप्रस्थ चुम्बकीय दाब के प्रभाव के अधीन हो। विभिन्न प्राचलों-यथा चुम्बकीय क्षेत्र प्राचल (M) तथा विश्रान्त काल (T) प्रवाह की भ्रामिलता पर जो प्रभाव पड़ता है उसकी व्याख्या सांख्यिक रूप से तथा आरेख के द्वारा की गई है।

समस्या का सूत्रीकरण तथा हल

हम दो समान्तर प्लेटों $Z=\pm h$ के बीच सीमित अ-न्यूटनीय तरल के प्रवाह को एकसमान अनुप्रस्थ चुम्बकीय क्षेत्र के प्रभाव के अन्तर्गत एक वृत्ताकार सिलिंडर $x^2+y^2=a^2$, $h\leqslant z\leqslant h$ से होकर सीमित अ-न्यूटनीय तरल के प्रवाह पर विचार करेंगे।

हेले-शा सेल[2,3] में कुवशिन्स्की प्रकार से अ-न्यूटनीय तरल के गति सम्बन्धी अविमीय समीकरणों को निम्न प्रकार प्रदर्शित किया जाता है, जिसमें इस कल्पना के अन्तर्गत कि प्रेरित चुम्बकीय क्षेत्र तथा वैद्युत क्षेत्र किसी विद्युत द्वारा संचालित तरल की गति से उत्पन्न होकर भी नगण्य हैं और बाहर से कोई वैद्युत क्षेत्र सम्प्रयुक्त नहीं होता—

$$\left(1+T\frac{\partial}{\partial t}\right)\frac{\partial u}{\partial t}=-\left(1+T\frac{\partial}{\partial t}\right)\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}-M\left(1+T\frac{\partial}{\partial t}\right)u \tag{1}$$

$$\left(1+T\frac{\partial}{\partial t}\right)\frac{\partial v}{\partial t}=-\left(1+T\frac{\partial}{\partial t}\right)\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}+M\left(1+T\frac{\partial}{\partial t}\right)v \tag{2}$$

$$-\left(1+T\frac{\partial}{\partial t}\right)\frac{\partial p}{\partial z}=O \tag{3}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=O \tag{4}$$

जहाँ

$$t^*=\frac{tv}{a^2},\quad u^*=\frac{u}{U_0},\quad v^*=\frac{v}{U_0}$$

$$p^*=\frac{ap}{v\rho\, U_0},\quad x^*=\frac{x}{a},\quad y^*=\frac{y}{a}$$

$$z^*=\frac{z}{a},\quad h^*=\frac{h}{a},$$

$T=\left(\frac{\lambda_0 v}{a^2}\right)$ विश्रांति काल प्राचल

μ_e चुम्बकीय पारगम्यता

σ वैद्युत चालकता है।

सीमा प्रतिबन्ध इस प्रकार है—

$$u=0, \quad v=0, \quad \text{on} \quad z=\pm h \tag{5}$$

(4) का प्रयोग करने से समीकरण (1) तथा (2) से निम्न की प्राप्ति होती है—

$$\left(1+T\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}\right)=0 \tag{6}$$

समीकरण (3) दिखलाता है कि p स्वतन्त्र है z से अतएव p फलन है x, y तथा t का।

माना कि

$$u=f(t, z)\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \text{तथा} \quad v=f(t, z)\frac{\partial \phi}{\partial y} \tag{7}$$

जहाँ ϕ कोई फलन x तथा y का।

समीकरण (4) में μ तथा v के मानों को (7) में से प्रतिस्थापित करने पर

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}=0 \tag{8}$$

पुनः (1) तथा (2) में u तथा v के मानों को रखने पर तथा उसके बाद समाकलन करने पर

$$\left(1+T\frac{\partial}{\partial t}\right)p=[f_{zz}-Tf_{tt}-(1-MT)f_t-Mf]\phi+g(t) \tag{9}$$

जहाँ $g(t)$ यादृच्छिक फलन है समय का।

माना कि दाब प्रवण समानुपाती है $\exp(-nt)$ के। समीकरण (9) में हम मान लेते हैं कि

$$f_{zz}-Tf_{tt}-(1+MT)f_t=-Ae^{-nt} \tag{10}$$

जहाँ $n\in I$ तथा A एक दिया हुआ अचर है।

माना कि

$$f(t, z)=e^{-nl}\,F(z) \tag{11}$$

संगत सीमा प्रतिबन्धों के अन्तर्गत (11) का उपयोग करने पर (10) को हल करने पर फलन $f(t, z)$ को निम्नवत् लिखा जाता है—

$$f(t, z)=-\frac{A\,e^{-nt}}{a_1^2}\left(1-\frac{\cos a_1 z}{\cos a_1 h}\right) \tag{12}$$

जहाँ

$$a_1^2 = n(1+MT) - \{M + n^2T) \tag{13}$$

फलन $\phi(x, y)$ को प्राप्त किया जा सकता है यदि हम प्रतिबन्ध

$$u \cos\theta + v \sin\theta = 0 \text{ on } r = a \text{ or } \frac{\partial\phi}{\partial r} = 0 \text{ on } r = a \tag{14}$$

जहाँ

$$x = r\cos\theta, \quad y = r\sin\theta$$

तथा

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} \to 1, \frac{\partial\phi}{\partial y} \to 0 \text{ as } |x|, |y| \to \infty$$

के अन्तर्गत (8) को हल करें। अत:

$$\phi(x, y) = \left(r + \frac{a^2}{r}\right) \cos\theta \tag{15}$$

समीकरण (7), (12) तथा (15) से विमारहित वेग के घटकों को निम्न प्रकार लिखा जाता है—

$$\left.\begin{aligned} u &= -\frac{A\, e^{-nt}}{a_1^2}\left(1 - \frac{\cos a_1 z}{\cos a_1 h}\right)\left[1 - \frac{(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2}\right] \\ v &= \frac{A\, e^{-nt}}{a_1^2}\left(1 - \frac{\cos a_1 z}{\cos a_1 h}\right)\left[\frac{2\,xy}{(x^2+y^2)^2}\right] \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

प्रवाह की भ्रमिलता (16) को निम्न द्वारा दिया जाता है—

$$|\vec{\zeta}| = \frac{A_1\, e^{-nt}}{a_1}\left(\frac{\sin a_1 z}{\cos a_1 h}\right)\left[\frac{4x^2\, y^2}{(x^2+y^2)^4} + \left\{1 - \frac{(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2}\right\}^2\right]^{1/2} \tag{17}$$

चुम्बकीय क्षेत्र प्राचल (M) तथा विश्रान्ति काल (T) का प्रभाव प्रवाह की भ्रमिलता पर जानने के लिए सांख्यिक गणनाएँ की गईं और M तथा T तथा विविध मानों के लिए भ्रमिलता प्रोफाइलें प्राप्त की गई हैं।

सारणी 1

$n=1, h=1, A=10, M=0, t=0$

T	$\xi \backslash z$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0	ξ	0	1.8477	3.6770	5.4695	7.2074	8.8732
0.2	ξ	0	1.5954	3.1780	4.7352	6.2546	7.7240
0.4	ξ	0	1.3977	2.7832	4.1591	5.5076	6.8254

सारणी 2

$n=1, h=1, A=10, M=0, t=0$

T	$\xi \backslash z$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0	ξ	0	1.3143	2.6210	3.9165	5.1915	6.4506
0.2	ξ	0	1.2389	2.4730	3.6971	4.9065	6.0962
0.4	ξ	0	1.1702	2.3380	3.4983	4.6490	5.7838

सारणी 3

$n=1, h=1, A=10, M=0, t=0.2$

T	$\xi \backslash z$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0	ξ	0	1.5126	3.0105	4.4741	5.9009	7.2648
0.2	ξ	0	1.3062	2.6019	3.8768	5.12089	6.3239
0.4	ξ	0	1.1444	2.2819	3.4061	4.5092	5.5856

सारणी 4

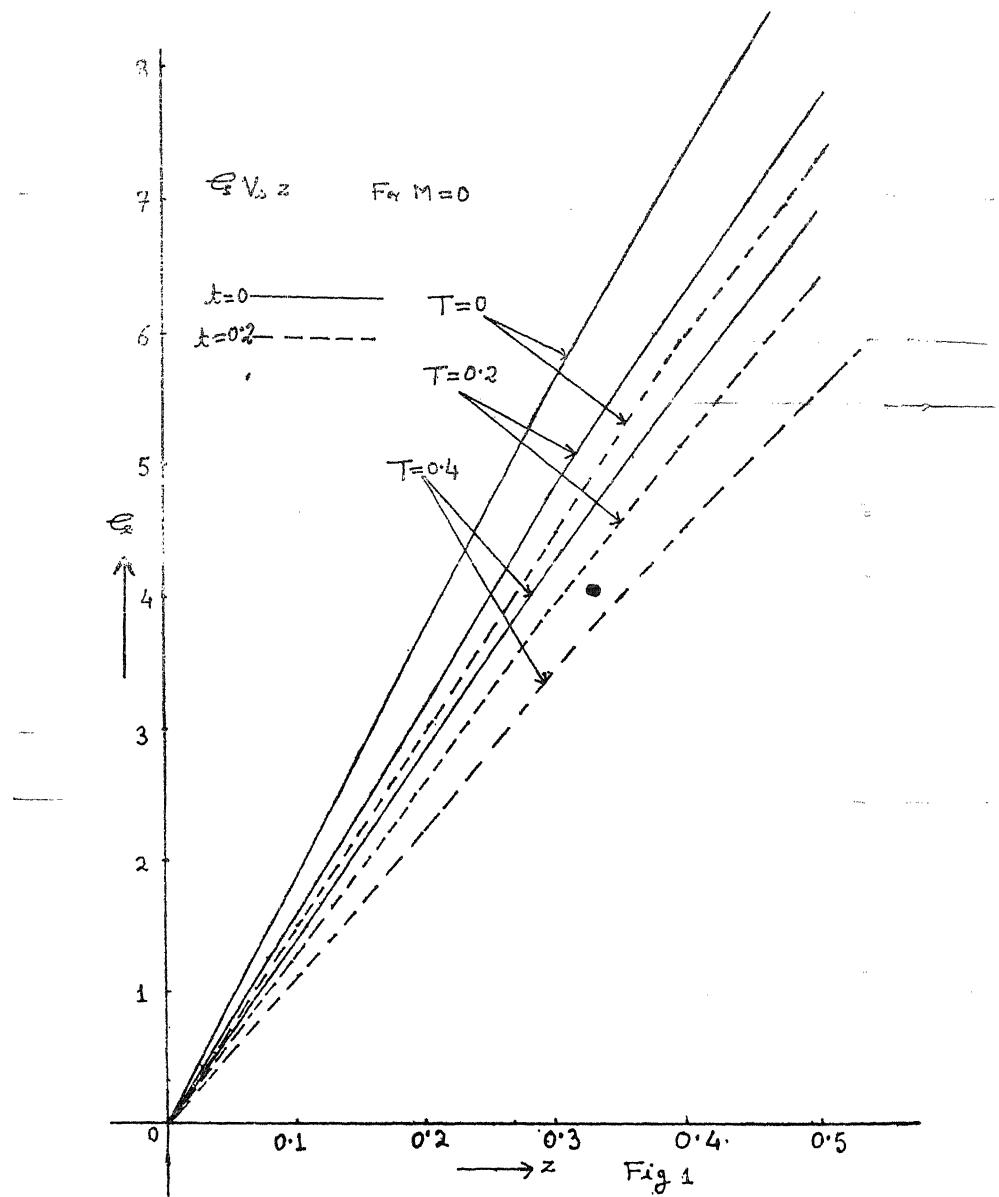
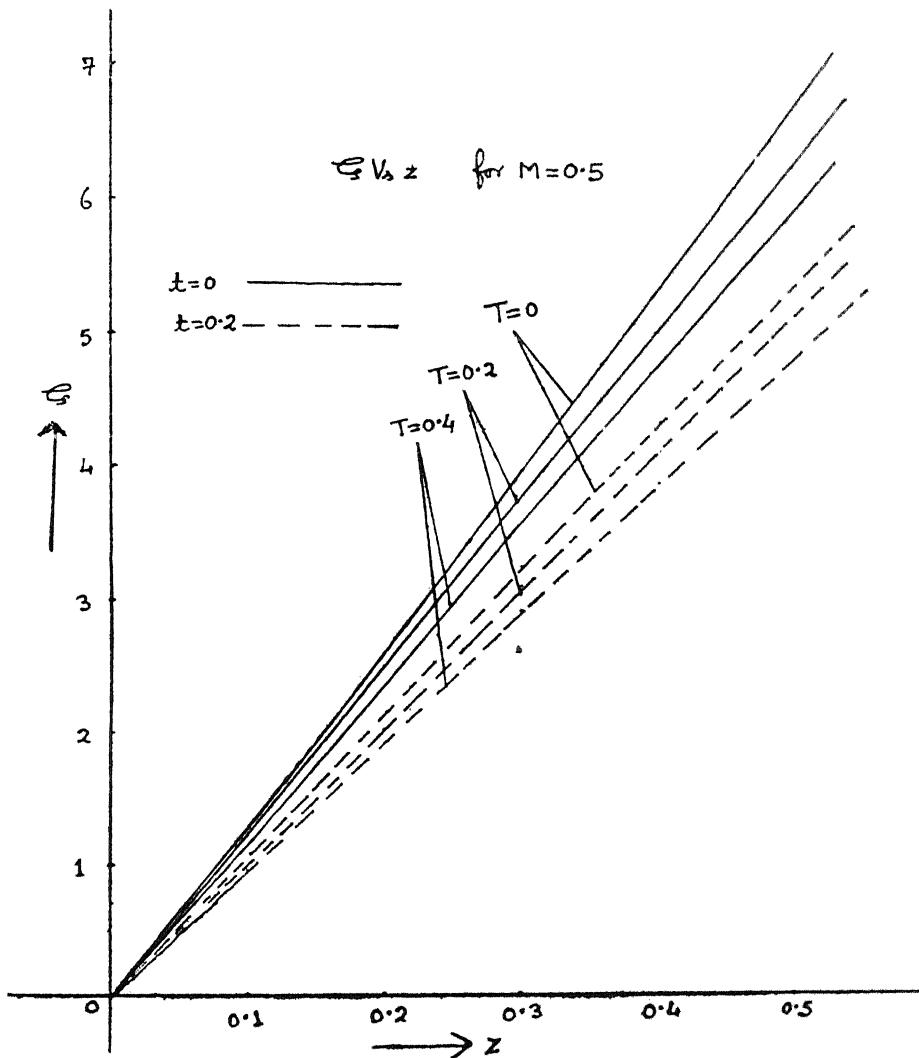
$n=1, h=1, A=10, M=0.5, t=0.2$

T	$\xi \backslash z$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.05
0	ξ	0.000	1.0760	2.1467	3.2066	4.2505	5.2732
0.2	ξ	0.000	1.01432	2.0247	3.0299	4.0171	4.9912
0.4	ξ	0.000	0.9515	1.9142	2.8641	3.8054	4.7354

विवेचना

चुम्बकीय क्षेत्र प्राचल (M) तथा विश्रान्त काल (T) का परिणामी भ्रामिलता ξ पर पड़ने वाले प्रभाव को आरेखों तथा सारणियों के माध्यम से दर्शाया गया है। चित्र 1, 2 तथा सारणी 1-4 में यह स्पष्ट है कि $Z=0$ पर प्रवाह की भ्रामिलता शून्य है। किन्तु जैसा कि गुप्ता, सिसोदिया तथा शर्मा ने[3] दिखलाया है $Z=0$ पर वेग-घटक के मान सर्वोच्च हैं। अतः यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि

चित्र 1

G Vs z for M=0·5
t=0
t=0·2
T=0
T=0·2
T=0·4
G
z
0
0·1
0·2
0·3
0·4
0·5
1
2
3
4
5
6
7

$Z=0$ दो तलों के मध्य शुद्ध अघूर्णन गति का अस्तित्व है। Z के बढ़ने के साथ भ्रमिलता भी बढ़ती जाती है और $Z=4.5$ पर इसका मान सर्वोच्च हो जाता है। चूंकि $Z=0.5$ पर वेग घटक शून्य हो जाते हैं अतएव वहाँ पर शुद्ध भ्रमिल गति होती है।

ज्यों-ज्यों विश्रान्त काल बढ़ता है, भ्रामिलता मान घटता जाता है और वृद्धि की दर भी घट जाती है। अतएव विश्रान्त काल का कार्य प्रवाह की भ्रामिलता को घटाना है। यदि भ्रामिलता की वर्धन प्रवृत्ति बदलती नहीं किन्तु वृद्धि दर कम हो जाती है।

जैसे ही चुम्बकीय क्षेत्र प्रेरित होता है, वृद्धि की दर और अधिक दमित हो जाती है। यद्यपि $h=0.5$ पर हमें शुद्ध भ्रमिल गति प्राप्त है किन्तु घूर्णन की मात्रा चुम्बकीय क्षेत्र तथा विश्रान्त काल के प्रेरण द्वारा घटता ही चला जाता है।

समय में वृद्धि होने से भी भ्रामिलता दमित होती है।

इस तरह चुम्बकीय क्षेत्र, विश्रान्त काल तथा काल—सभी मिलकर भ्रामिलता की वृद्धि दर को तथा मध्य काल-सभी के क्षेत्र को घटाने का प्रयत्न करते हैं तथा तलों के किनारे-किनारे उच्चतम भ्रामिलता क्षेत्र को प्रवाह में पाया जा सकता था।

निर्देश

1. बुकमास्टर, जे०, Jour. Fluid Mech., 1970, **41**, 523
2. गुप्ता, एम०, कान्त, आर० तथा शर्मा, एच० एस० Jour. Math. Phy. Sci., 1979, **13**(2), 189
3. गुप्ता, एस०, सिसोदिया, एस० एस० तथा शर्मा, एच० एस०, Acta Ciencia Indica, 1285, **11**(1), 32
4. लैम्ब, एच०, Hydrodynamics 6th ed. Art 333, 1932
5. ली, जे० एस० तथा फुंग, वाई० सी०, Jour. Fluid Mech., 1969, **31**, 657
6. रीगेल्स, एच०, ZHMM, 1938, **18**, 95
7. स्वामीनाथन, के०, पी-एच० डी० थीसिस, आगरा विश्वविद्यालय, 1975
8. थामसन, बी० डब्लू०, Jour. Fluid Mechanics 1968, **31**, 379

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 35, No. 4, 1992

ओजोन उत्तेजन के अन्तर्गत हाइड्रोजन में जोशी प्रभाव की विराम काल, तापन तथा शीतलन पर निर्भरता

जगदीश प्रसाद

रसायन विभाग, मेरठ कॉलिज, मेरठ

[प्राप्त—सितम्बर 14, 1992]

सारांश

ओजोनित्र उत्तेजन के अन्तर्गत हाइड्रोजन के $V_m - 2 \times V_m$ पर काल प्रभावन के पश्चात् जोशी प्रभाव Δi पर 35° तथा 60°C पर विराम-काल के प्रभाव का अध्ययन किया गया। $-\%\Delta i$ की वृद्धि में पूर्व-काल प्रभावन तापन को अधिक प्रभावी पाया गया। विसर्जन-धारा i_D 35° से 60° ताप करने पर बढ़ गई और यह वृद्धि उच्च विभवों पर अधिक थी। ताप वृद्धि से $-\%\Delta i$ घट गया। विरामावस्था-अनुत्तेजित नली को 35° या 60° पर रखने से, $-\%\Delta i$ का मान काल प्रभावन द्वारा प्राप्त अधिकतम से अवशिष्ट स्थिर मान तक घट गया। प्राप्त परिणामों की व्याख्या Δi के लिए जोशी-सिद्धान्त तथा कुछ अन्य सुझावों के आधार पर की गई है।

Abstract

Dependence of Joshi effect in hydrogen under ozonizer excitation on rest period, heating and cooling. *By* Jagdish Prasad, Chemistry Department, Meerut College, Meerut (U. P.).

A study of the influence of rest-period, after aging at $V_m - 2 \times V_m$, on the Joshi effect Δi in hydrogen at 35° and 60°C has been carried out under ozonizer excitation. A pre-aging heating has been found to be more effective for increasing $-\%\Delta i$. The discharge current i_D increased by a rise of temperature from 35° to 60°, the increase being more at higher potentials, $-\%\Delta i$ decrease by increase of temperature. Rest-keeping the tube un-excited at 35° or 60°, decreased $-\%\Delta i$ from the maximum value obtained by aging, to a constant residual value. The results have been explained on the basis of Joshi theory for Δi together with a few more suggestions.

Δi के लिए जोशी-सिद्धान्त में अधिशोषण-सदृश इलेक्ट्रोड परत की निर्मिति की परिकल्पना की गई है।[1] कालप्रभावन-स्थिर अनुप्रयुक्त विभव पर नली में सतत् विसर्जन प्रवाहन, विरामावस्था या ताप-परिवर्तन के द्वारा इस तल का क्षीणन हो जाता है। हाइड्रोजन पर प्रकाशित परिणामों के निरीक्षण से ज्ञात हुआ कि साधारण ताप 35° या तनिक ऊँचे ताप पर विरामावस्था के आँकड़े उपलब्ध नहीं हैं। अतः सीमेन्ज ओजोनित्र के अन्तर्गत उत्तेजित हाइड्रोजन को विभिन्न कालप्रभावन-विभवों $V_m - 2 \times V_m$ और 35°, 60° तथा 35°C पर विरामावस्था के प्रभावों का सघन अध्ययन किया गया।

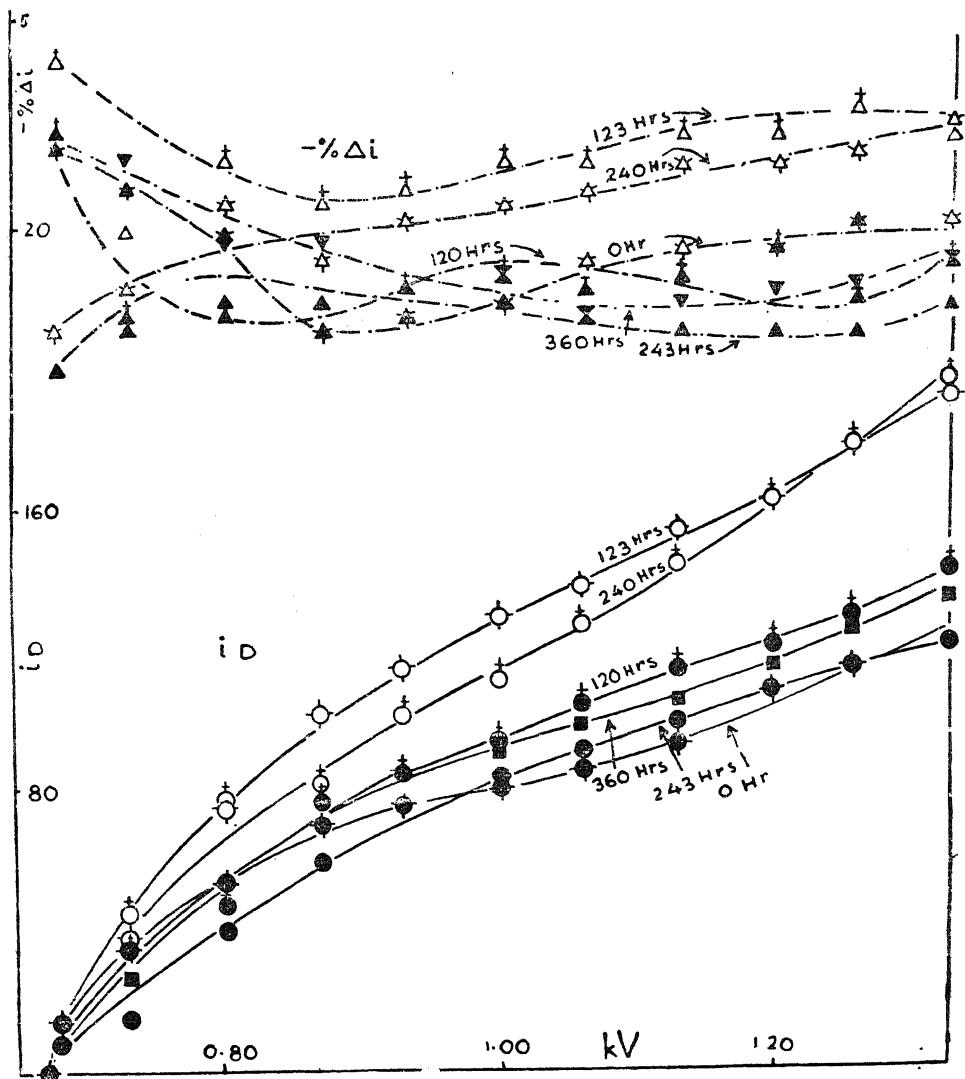
प्रयोगात्मक

प्रयुक्त काँच सम्मुच्य तथा विद्युत् परिपथ पूर्व प्रकाशित[2] के समान थे। 250 मिमी० लम्बा, 'नया' तथा सोडा-काँच का अविगैसित ओजोनित्र विसर्जन नली के रूप में प्रयुक्त किया गया। $Ba(OH)_2$ के विलयन के वैद्युत अपघटन से प्राप्त हाइड्रोजन को शुष्क करके 120 mm. Hg, 35°C पर निर्वातित ओजोनित्र में प्रविष्ट किया गया। $V_m - 2 \times V_m$ पर कालप्रभावन के दौरान और 35° तथा 60° पर 360 घन्टों के विराम-काल के पश्चात् 50 Hz ए० सी० की सहायता से $i-V$ अभिलक्षणिक वक्र प्राप्त किये गये, जबकि देहली विभव V_m वह विभव है जिस पर परिबद्ध गैस का डाइइलेक्ट्रिक-प्रभाव ढीला पड़ जाता है। एक दिष्टकारी-धारामापी-निकाय से अंधेरे में विसर्जन धारा i_D तथा 200 वाट 220 वोल्ट के तप्त बल्ब द्वारा अनुप्रस्थ किरणन के अन्तर्गत i_L धारा को लैम्प-स्केल के यादृच्छिक मात्रकों में मापा गया। नेट जोशी प्रभाव $\Delta i = i_L - i_D$ तथा आपेक्षिक जोशी प्रभाव $\% \Delta i = 100 \times \Delta i / i_D$.

परिणाम तथा विवेचना

विरामावस्था से i_D में वृद्धि तथा $-\% \Delta i$ में ह्रास हुआ (चित्र 1)। 35° से 60° की ताप वृद्धि से $-\Delta \% i$ में ह्रास तथा i में वृद्धि हुई, जो उच्चतर अनुप्रयुक्त विभवों पर अधिक थी। पुनः 35° पर शीतलन से i_D घटकर अपने प्रारम्भिक मान पर और $-\% \Delta i$ एक निम्नतम स्थिर मान पर आ गया। कालप्रभावन के पूर्व, नली को कुछ घंटों तक 60° पर गर्म करके 35° पर ठण्डा करना $-\% \Delta i$ को बढ़ाने में अनुकूल पाया गया।

कालप्रभावन द्वारा प्राप्त अधिकतम $-\% \Delta i$ का विसर्जन बन्द करने के 2 घन्टे के विरामकाल से न्यूनतम अवशिष्ट मान तक घटना प्रकट करता है कि कालप्रभावन के दौरान $-\% \Delta i$ की वृद्धि का चाहे जो कारण रहा हो, उसकी प्रकृति उत्क्रमणीय होनी चाहिए। यह निश्चित है कि V_m से आगे भौतिक दृष्टि से अवशोषित तल दीर्घस्थायी नहीं हो सकता। $-\% \Delta i$ की वृद्धि के लिए यदि एक रासायनिक शोषित परत की वर्धमान निर्मिति की कल्पना की जाए तो इसका स्वयं उत्क्रमण नहीं हो सकता, क्योंकि रासायनिक शोषण स्वयं-उत्क्रमणीय नहीं है।

जब नली को किसी विशिष्ट विभव पर उत्तेजित किया जाता है तो आरम्भ में, अधिशोषित तल में केवल कुछ ही उत्तेजित परमाणु विद्यमान होंगे, जो संभवतः तत्क्षण उत्तेजित हो जायेंगे, जिनसे

चित्र 1 : हाइड्रोजन में 35°C पर i तथा $\%\Delta i$ पर विरामकाल का प्रभाव।

$-\%\Delta i$ का एक विशिष्ट मान प्रेक्षित होगा। उत्तेजन का उपानुक्रमी प्रक्रम तत्क्षणिक नहीं है; अतः विभव वृद्धि से $-\%\Delta i$ में तत्क्षणिक वृद्धि नहीं होती है। यदि समय दिया जाता है, अर्थात् नली का किसी विशिष्ट विभवपर कालप्रभावन किया जाता है तो $-\%\Delta i$ में वृद्धि होगी, जैसा कि अनेक बार प्रेक्षण हुआ है।[1] अनेक निकायों में जहाँ अतिकालप्रभावन[2] से $-\%\Delta i$ में ह्रास होता है, निकाय की दाब, ताप तथा सांद्रता आदि की प्रयुक्त दशायें ऐसी हो सकती हैं कि जिनके कारण रासायनिक शोषित परत का विशोषण हो जाता है, जिससे $-\%\Delta i$ में ह्रास हो जाना चाहिए। यदि विसर्जन बन्द कर दिया जाता है तो उत्तेजित परमाणुओं के इलेक्ट्रॉन उच्चतर ऊर्जा-स्तरों से अपने प्रारम्भिक ऊर्जा-स्तरों में लौटने आरम्भ हो जाते हैं, क्योंकि प्रत्येक निकाय की अपने न्यूनतम मुक्त ऊर्जा विन्यास में रहने की प्रवृत्ति होती है। अतः विराम-काल के बाद जब नली में विसर्जन पुनः प्रवाहित किया जाता है तो 'प्रभाव' घट जाता है, जो घटकर प्रारम्भिक मान के बराबर हो सकता है।

तापन द्वारा काँच की डाइइलेक्ट्रिक चालकता में वृद्धि, $\lambda_T=\lambda_0 e^{aT}$ (जबकि a एक स्थिरांक है) सम्बन्ध का पालन करती है। इससे भी उस i की वृद्धि में सहायता मिलती है जो उच्च विद्युत-क्षेत्र में, प्रस्तुत अध्ययन में प्रयुक्त के समान, कार्य करती है। ताप T वृद्धि का प्रभाव भी काँच के डाइइलेक्ट्रिक स्थिरांक (अतः C_w) को बढ़ाने में और गैस के (C_g) स्थिरांक को घटाने में होता है। प्रस्तुत अध्ययन में प्रयुक्त ताप की वृद्धि (30° से 60) से परिबद्ध गैस के घनत्व में अत्यल्प कमी होने के कारण गैस के डाइइलेक्ट्रिक स्थिरांक (C_w) में उपेक्षणीय ह्रास होता है। अतः C_w तथा C_g पर तापन का संयुक्त प्रभाव i की वृद्धि के लिए उत्तरदायी हो सकता है। तथापि, i की यह वृद्धि विस्थापन-प्रकार की होगी, जो $-\Delta i$ का मुख्य स्रोत नहीं होता है। अतः ताप वृद्धि के साथ $-\%\Delta i$ का ह्रास होना अपेक्षित है, जिसका प्रस्तुत अध्ययन में प्रेक्षण हुआ है।

तापन, विशेषतः उच्च विभव पर, से इलेक्ट्रोड-परत निर्माण करने वाले आयनों तथा अन्य कणों का विशोषण तथा विध्रुवण होता है।[1] अतः इससे जोशी प्रभाव में ह्रास अपेक्षित है। प्राप्त $-\%\Delta i$ के मानों का तुलनात्मक अध्ययन इस धारणा की पुष्टि करता है।

उत्तेजित अवस्था से सामान्य अवस्था में प्रत्यावर्तन की क्रिया एक मन्द क्रिया होने के कारण कणों की अत्यल्प संख्या ही सामान्य अवस्था में लौट पाती है। फलतः तापन के बाद कालप्रभावन Δi के लिए अनुकूल रहेगा। इस सम्भावना से भी इनकार नहीं किया जा सकता कि तापन और विद्युत् विसर्जन दोनों के एकसाथ लागू होने से, रासायनिक प्रकृति होने के कारण, नवीन अधिशोषित परत जुड़ जाते हैं जिनसे उत्तेजित कणों की संख्या बढ़ जाती है। अतः तापन पूर्ण होने के बाद कालप्रभावन अधिक प्रभावी होता है।

प्रस्तुत अध्ययन के प्रकाश में Δi के लिए प्रदत्त जोशी-सिद्धान्त[1] को निम्नांकित रूप में परिवर्द्धित किया जा सकता है :

(अ) विसर्जन के दौरान एकस्तरीय रासायनिक शोषित अवस्था में आयनों, परमाणुओं तथा अणुओं से युक्त एक अधिशोषित परत का निर्माण होता है।

(आ) निम्न कार्य-फलन इसकी विशिष्टता होती है।

(इ) अधिशोषित परत के केवल उन्हीं परमाणुओं या कणों प्रकाश द्वारा इलेक्ट्रॉनों की मुक्ति होती है जो उत्तेजित होते हैं; अर्थात् जिन इलेक्ट्रॉनों का ऊर्जा-स्तर उच्च होता है।

(ई) अधिशोषित परत में परमाणुओं की एक विशिष्ट न्यूनतम संख्या का तत्क्षण उत्तेजन हो जाता है जबकि अन्य को उत्तेजित होने के लिए समय की अपेक्षा होती है, अर्थात् उनका उत्तेजन कालप्रभावन के दौरान होता है।

(उ) ये इलेक्ट्रॉन उन उत्तेजित परमाणुओं या अणुओं के साथ संयुक्त होकर मंद गति युक्त ऋण आयन बनाते हैं जिनकी इलेक्ट्रॉन बन्धुता विसर्जन के दौरान उच्च हो जाती है।

(ऊ) इसका निर्धारण प्रायिकता कारक P/E से होता है, जबकि गैस-दाब P तथा क्षेत्र की तीव्रता E है।

(ए) मन्द गति युक्त ऋण आयनों का घन आवेशों से संयोग अर्थात् अन्तराकाशी आवेश-प्रभाव धारा का निरोध उत्पन्न करता है।

(ऐ) निम्न तथा अत्युच्च विभवों पर जहाँ ऋण आयनों की निर्मिति उपेक्षणीय होती है, अप्रगृहीत इलेक्ट्रॉन तथा उनके गौण पिच्छ i की प्रकाश में वृद्धि $+\Delta i$ उत्पन्न करते हैं।

कृतज्ञता-ज्ञापन

श्री जे० पी० अग्रवाल के अमूल्य सुझावों के लिए लेखक आभारी है।

निर्देश

1. जोशी, एस० एस०, करेंट साइंस, 1947, **16**, 19.
2. प्रसाद, जे०, ऐक्टा सिएन्सिया इन्डिका, 1974, **1**, 13.

लेखकों से निवेदन

1. विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका में वे ही अनुसन्धान लेख छापे जा सकेंगे, जो अन्यत्र न तो छपे हो और न आगे छापे जायँ। प्रत्येक लेखक से इस सहयोग की आशा की जाती है कि इसमें प्रकाशित लेखों का स्तर वही हो जो किसी राष्ट्र की वैज्ञानिक अनुसन्धान पत्रिका का होना चाहिये।

2. लेख नागरी लिपि और हिन्दी भाषा में पृष्ठ के एक ओर ही सुस्पष्ट अक्षरों में लिखे अथवा टाइप किये आने चाहिये तथा पंक्तियों के बीच में पार्श्व संशोधन के लिये उचित रिक्त स्थान होना चाहिए।

3. अंग्रेजी में भेजे गये लेखों के अनुवाद का भी कार्यालय में प्रबन्ध है। इस अनुवाद के लिये तीन रुपये प्रति मुद्रित पृष्ठ के हिसाब से पारिश्रमिक लेखक को देना होगा।

4. लेखों में साधारणतया यूरोपीय अक्षरों के साथ रोमन अंकों का व्यवहार भी किया जा सकेगा, जैसे $(K_4FeCN)_6$ अथवा $\alpha\beta_1\gamma^4$ इत्यादि। रेखाचित्रों या ग्राफों पर रोमन अंकों का भी प्रयोग हो सकता है।

5. ग्राफों और चित्रों में नागरी लिपि में दिये आदेशों के साथ यूरोपीय भाषा में भी आदेश दे देना अनुचित न होगा।

6. प्रत्येक लेख के साथ हिन्दी में और अँग्रेजी में एक संक्षिप्त सारांश (Summary) भी आना चाहिये। अंग्रेजी में दिया गया यह सारांश इतना स्पष्ट होना चाहिये कि विदेशी संक्षिप्तियों (Abstract) में इनसे सहायता ली जा सकेंगे।

7. प्रकाशनार्थ चित्र काली इंडिया स्याही से ब्रिस्टल बोर्ड कागज पर बने आने चाहिये। इस पर अंक और अक्षर पेन्सिल से लिखे होने चाहिये। जितने आकार का चित्र छापना है, उसके दूगुने आकार के चित्र तैयार होकर आने चाहिये। चित्रों को कार्यालय में भी आर्टिस्ट से तैयार कराया जा सकता है, पर उसका पारिश्रमिक लेखक को देना होगा। चौथाई मूल्य पर चित्रों के ब्लाक लेखकों के हाथ बेचे भी जा सकेंगे।

8. लेखों में निर्देश (Reference) लेख के अन्त में दिये जायँगे।
पहले व्यक्तियों के नाम, जर्नल का संक्षिप्त नाम, फिर वर्ष, फिर भाग (Volume) और अन्त में पृष्ठ संख्या। निम्न प्रकार से—

फॉवेल, आर० आर० और म्युलर, जे०, जाइट फिजिक० केमि०, 1928, 150, 80।

9. प्रत्येक लेख के 50 पुनर्मुद्रण (रिप्रिन्ट) मूल्य दिये जाने पर उपलब्ध हो सकेंगे।

10. लेख "सम्पादक, विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका, विज्ञान परिषद्, महर्षि दयानन्द मार्ग. इलाहाबाद-2" इस पते पर आने चाहिये। आलोचक की सम्मति प्राप्त करके लेख प्रकाशित किये जाएँगे।

प्रबंध सम्पादक

प्रधान सम्पादक
स्वामी सत्य प्रकाश सरस्वती

Chief Editor
Swami Satya Prakash Saraswati

सम्पादक
डा० चन्द्रिका प्रसाद
डी० फिल०

Editor
Dr. Chandrika Prasad

प्रबन्ध सम्पादक
डॉ० शिवगोपाल मिश्र,
एम० एस-सी०, डी० फिल०

Managing Editor
Dr. Sheo Gopal Misra,
M. Sc., D. Phil., F. N. A. Sc.

मूल्य
वार्षिक मूल्य : 30 रु० या 12 पौंड या 40 डालर
त्रैमासिक मूल्य ; 8 रु० या 3 पौंड या 10 डालर

Rates
Annual Rs. 30 *or* 12 £ *or* $ 40
Per Vol. Rs. 8 *or* 3 £ *or* $ 10

Vijnana Parishad
Maharshi Dayanand Marg
Allahabad, 211002
India

प्रकाशक :
विज्ञान परिषद्,
महर्षि दयानन्द मार्ग,
इलाहाबाद-2

मुद्रक : प्रसाद मुद्रणालय,
7 बेली ऐवेन्यू,
इलाहाबाद